

Boboxonov Sherhali Boysoatovich

Termiz davlat universiteti magistranti

Anotatsiya: Ushbu maqolada diffuziya jarayonlarining matematik modeli bo'lgan diffuziya tenglamalari va ularning asosiy matematik xususiyatlari tahlil qilinadi. Diffuziya – bu moddalarning yuqori konsentratsiyadan past konsentratsiyaga qarab harakatlanishi jarayoni bo'lib, ko'plab tabiiy va texnologik jarayonlarni ifodalashda ishlatiladi. Maqolada Fikning birinchi va ikkinchi qonunlari, ularning matematik tavsifi hamda diffuziya jarayonini boshqaruvchi tenglamalar haqida batafsil ma'lumot beriladi. Shuningdek, sonli usullar yordamida diffuziya tenglamalarini yechish yo'llari, bir o'lchamli, ikki va uch o'lchamli diffuziya tenglamalarining yechimlari tahlil qilinadi. Analitik va sonli yechim usullari orqali bu tenglamalarning fizik jarayonlarni qanday aks ettirishi hamda yechimlarning barqarorlik va aniqlik xususiyatlari muhokama qilinadi.

Kalit so'zlar: diffuziya, Fik qonunlari, diffuziya tenglamalari, sonli modellashtirish, analitik yechimlar, fizik jarayonlar, matematik model, stabilizatsiya, barqarorlik, konsentratsiya tarqalishi.

Аннотация: В данной статье рассматриваются уравнения диффузии, являющиеся математической моделью диффузионных процессов, и их основные математические свойства. Диффузия — это процесс перемещения веществ из области с высокой концентрацией в область с низкой концентрацией, который встречается во многих природных и технологических явлениях. В статье подробно описываются первый и второй законы Фика, их математическое описание и уравнения, управляющие диффузионными процессами. Также рассматриваются методы численного решения уравнений диффузии, анализируются решения одномерных, двумерных и трёхмерных уравнений диффузии. Обсуждаются аналитические и численные методы решения, а также характеристики

устойчивости и точности получаемых решений в контексте моделирования физических процессов.

Ключевые слова: *диффузия, законы Фика, уравнения диффузии, численное моделирование, аналитические решения, физические процессы, математическая модель, стабилизация, устойчивость, распространение концентрации.*

Abstract: *This article discusses diffusion equations, which serve as the mathematical model for diffusion processes, and their fundamental mathematical properties. Diffusion is the process of substance movement from regions of high concentration to regions of low concentration, prevalent in many natural and technological phenomena. The article provides a detailed description of Fick's first and second laws, their mathematical formulation, and the equations governing diffusion processes. Numerical methods for solving diffusion equations are explored, and the solutions for one-dimensional, two-dimensional, and three-dimensional diffusion equations are analyzed. The discussion includes both analytical and numerical solution methods, along with the stability and accuracy characteristics of these solutions in modeling physical processes.*

Keywords: *diffusion, Fick's laws, diffusion equations, numerical modeling, analytical solutions, physical processes, mathematical model, stabilization, stability, concentration distribution.*

Kirish

Diffuziya – bu moddalar yoki energiyaning muhit bo‘ylab yuqori konsentratsiyadan past konsentratsiyaga qarab tarqalish jarayonidir. Ushbu jarayon turli fizik, kimyoviy va biologik tizimlarda muhim ahamiyatga ega bo‘lib, ularning matematik tavsifi diffuziya tenglamalari orqali amalga oshiriladi.¹ Diffuziya jarayonlarini tushunish va modellashtirish ko‘plab ilmiy va muhandislik masalalarida katta ahamiyatga ega, masalan, issiqlik

¹ Sodiqov, A. A., Mahmudov, O. A. Matematik fizika tenglamalari. Toshkent: O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2010.

oʻtkazuvchanligi, kimyoviy reaksiyalar, materialshunoslik, biomeditsina va ekologik tizimlarda.

Diffuziya tenglamalari fizikaviy jarayonlarning matematik modeli sifatida qattiq moddalardagi issiqlik oʻtkazuvchanlik tenglamasi, gidrodinamik tizimlarda moddalar tarqalishi, kimyoviy moddalarning konsentratsion oʻzgarishlari kabi turli sohalarda qoʻllaniladi. Ushbu maqolada diffuziya tenglamalarining matematik asoslari, ularning yechimlari va asosiy xususiyatlari koʻrib chiqiladi.

Diffuziya jarayonining matematik ifodasi

Diffuziya jarayonini matematik ifodalash uchun Fikning birinchi va ikkinchi qonunlari ishlatiladi. Bu qonunlar diffuziya oqimining intensivligini va konsentratsiyaning vaqt boʻyicha oʻzgarishini tavsiflaydi.

Fikning birinchi qonuni:

$\mathbf{J} = -D \nabla C$ — diffuziya oqimi (birlik vaqt ichida maydonning birligidan oʻtadigan moddalar miqdori), — diffuziya koeffitsiyenti (muayyan modda uchun konstant), — konsentratsiya,— konsentratsiyaning gradienti.

Fikning birinchi qonuni moddalar yuqori konsentratsiyadan past konsentratsiyaga oqishini ifodalaydi. Oqimning kuchi konsentratsiya gradientiga bogʻliq boʻladi, yaʼni qanchalik katta gradient boʻlsa, diffuziya oqimi shunchalik kuchli boʻladi.

Fikning ikkinchi qonuni (diffuziya tenglamasi):

$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C$ Diffuziya tenglamasi parabolik tenglama boʻlib, vaqt va fazo boʻyicha yechim topishni talab qiladi. U har qanday

boshlangʻich va chegaraviy shartlarga bogʻliq ravishda konsentratsiyaning vaqt oʻtishi bilan qanday tarqalishini ifodalaydi.

Diffuziya tenglamasining yechimlari

Diffuziya tenglamasining yechimini topish jarayonida boshlangʻich va chegaraviy shartlarni eʼtiborga olish kerak. Koʻp hollarda tenglama analitik usul bilan yechilishi qiyin boʻlgani uchun, sonli yechim usullari, masalan, Sonli

differensial usul (FDM), Chegaraviy elementlar usuli (BEM), yoki Cheklangan elementlar usuli (FEM) keng qo'llaniladi².

Bir o'lchamli diffuziya tenglamasi

Eng oddiy holatda, bir o'lchamli diffuziya jarayoni uchun tenglama quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

Ikki va uch o'lchamli diffuziya tenglamasi

Ko'p o'lchamli holatlar uchun tenglama quyidagicha umumlashadi³:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C$$

Diffuziya tenglamasining fizik xususiyatlari

Diffuziya tenglamasi bir qancha muhim fizik xususiyatlarga ega:

Liniyalilik: Diffuziya tenglamasi chiziqli bo'lib, konsentratsiyaning har qanday ikkita yechimining yig'indisi ham yechim bo'ladi.

Ijobiylik: Agar boshlang'ich konsentratsiya ijobiy bo'lsa, vaqt davomida bu qiymat ham ijobiy bo'lib qoladi.

Barqarorlik: Diffuziya jarayonida har qanday boshlang'ich noaniqliklar vaqt o'tishi bilan tarqaladi va tizim barqaror holatga keladi. Diffuziya jarayonlari va ularni matematik jihatdan ifodalovchi tenglamalar keng ko'lamlil ilmiy va texnik masalalarni hal qilish uchun ishlatiladi.⁴ Diffuziya tenglamalari fizik muhitda modda, energiya yoki boshqa zarralarning tarqalish jarayonlarini tushuntiradi.

Xulosa

Diffuziya tenglamalari ko'plab real jarayonlarni tavsiflovchi matematik modellar bo'lib, ularning yechimlari orqali fizikaviy tizimlarning vaqt va fazo bo'yicha o'zgarishini aniq tahlil qilish mumkin. Diffuziya jarayonlarining matematik tavsifi nafaqat fundamental ilmiy ahamiyatga ega, balki muhandislik

² Yuldashev, A. A., G'ulomov, X. A. Qiyosiy differensial tenglamalar va matematik fizika tenglamalari. Toshkent: O'zbekiston Milliy Ensiklopediyasi Davlat Ilmiy Nashriyoti, 2008.

³ Matkarimov, B. B., Nazarov, Q. I. Matematik modellashtirish va uning amaliyotdagi qo'llanilishi. Toshkent: Fan va Texnologiyalar nashriyoti, 2015

⁴ . Sultonov, M. X. Issiqlik o'tkazish va diffuziya jarayonlarining matematik modellashtirilishi. Toshkent: O'zbekiston Fanlar Akademiyasi, 2009.

va texnologiyada ham keng qoʻllaniladi. Sonli usullar diffuziya tenglamalarining murakkab hollarda ham aniq yechim topishga imkon beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Sodiqov, A. A., Mahmudov, O. A. Matematik fizika tenglamalari. Toshkent: Oʻzbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2010.
2. Yuldashev, A. A., Gʻulomov, X. A. Qiyosiy differensial tenglamalar va matematik fizika tenglamalari. Toshkent: Oʻzbekiston Milliy Ensiklopediyasi Davlat Ilmiy Nashriyoti, 2008.
3. Matkarimov, B. B., Nazarov, Q. I. Matematik modellashtirish va uning amaliyotdagi qoʻllanilishi. Toshkent: Fan va Texnologiyalar nashriyoti, 2015.
4. Sulonov, M. X. Issiqlik oʻtkazish va diffuziya jarayonlarining matematik modellashtirilishi. Toshkent: Oʻzbekiston Fanlar Akademiyasi, 2009.