

LOGARIFMIK FUNKSIYA, TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR.

Turdiyev Alisher Pardaboy o'g'li

Sirdaryo viloyati Shirin shahar

Shirin energetika kolleji matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada logarifmik funksiyalar, tenglamalar va tengsizliklar nazariyasi keng yoritiladi. Logarifmik tenglamalar va tengsizliklarni yechish metodlari batafsil tushuntiriladi, ularni yechishda qo'llaniladigan qonuniyatlar va ekvivalentlik qoidalari misollar bilan ko'rsatiladi. Maqolada, shuningdek, logarifmik funksiyalarning iqtisodiyot, akustika va ekologiya kabi amaliy sohalarda qo'llanilishiga alohida e'tibor qaratilgan. Ushbu mavzuning nazariy va amaliy jihatlarini mukammal tushunish matematika va fanlarning turli sohalarida samarali qo'llanilishi uchun muhim ahamiyatga ega.

Kalit so'zlar: logarifmik funksiya, tenglama, tengsizlik, monotonlik, nazariy bilimlar.

Logarifmlar matematikada eksponent funksiyalarning teskari amali sifatida paydo bo'ladi va ko'plab real hayotiy masalalarni hal qilishda ishlatiladi. Ular ko'pincha texnologiya, iqtisodiyot, biologiya va informatika sohalarida keng qo'llaniladi. Bu maqolada logarifmik funksiyalar, tenglamalar va tengsizliklarni chuqur o'rganamiz, ularning nazariy xususiyatlari va amaliy qo'llanishini ko'rsatamiz. Logarifmik funksiya — bu eksponent funksiyaning teskari amali. Asosi $a > 0$ bo'lgan logarifm funksiya quyidagicha aniqlanadi:

$$y = \log_a(x) \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0).$$

Bu yerda:

- a — logarifmning asosi, ya'ni qaysi son asos sifatida olinayotganini ko'rsatadi,
- x — logarifm olinayotgan son,
- y — natija bo'lib, $a^y = x$ tenglamani qanoatlantiradi.

Logarifmik funksiyaning grafigi asosi a qiymatiga bog'liq. Quyida ikkita holat ko'rib chiqiladi:

- Agar $a > 1$ bo'lsa, funksiya o'suvchi.
- Agar $0 < a < 1$ bo'lsa, funksiya kamayuvchi.

Misol: $y = \log_2(x)$ grafigi x -o'qidan 1 nuqtada kesib o'tadi, chunki $\log_2(1) = 0$ va 2 nuqtada qiymati 1 bo'ladi, ya'ni $\log_2(2) = 1$.

Logarifmik funksiyaning asosiy xossalari:

1. Neitral element: $\log_a(1) = 0$ (chunki $a^0 = 1$)
2. Identiklik: $\log_a(a) = 1$ (chunki $a^1 = a$)

3. Ko‘paytma: $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$

4. Bo‘linma: $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$

5. Daraja: $\log_a(x^n) = n \cdot \log_a(x)$

6. Asoslar almashinuvi: $\log_a(b) = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Logarifmik tenglamalarda noma'lum miqdor logarifm ichida bo'ladi. Bunday tenglamalarni yechish uchun logarifm xossalaridan va tenglamalarni ekvivalent shakllarga keltirish qoidalaridan foydalanamiz.

Misol 1: Oddiy tenglama

$$\log_3(x) = 2$$

Yechish: Bu tenglama $3^2 = x$ ga ekvivalent. Demak, $x = 9$.

Misol 2: Ko‘paytma qoidasiga asoslangan tenglama

$$\log_5(2x - 1) = \log_5(9)$$

Yechish: Tenglamaning ikkala tomoni ham bir xil asosga ega, shuning uchun ichki ifodalar teng bo'ladi:

$$2x - 1 = 9 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5.$$

Natija: $x = 5$.

Misol 3: Murakkabroq misol $\log_2(x + 3) + \log_2(x - 1) = 3$

Yechish:

1. Logarifmlarni ko‘paytma shaklida yozamiz:

$$\log_2((x + 3)(x - 1)) = 3.$$

2. Logarifm tenglamasi asosida:

$$(x + 3)(x - 1) = 2^3.$$

3. Ko‘paytmanni ochamiz va tenglamani yechamiz:

$$x^2 + 2x - 3 = 8 \rightarrow x^2 + 2x - 11 = 0.$$

4. Kvadrat tenglamani yechamiz:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 4 \cdot 1 \cdot 11}}{2} = -1 \pm 2\sqrt{3}$$

Natija: $x = -1 + 2\sqrt{3}$ ($x > 1$).

Logarifmik tengsizliklar yechishda logarifm funksiyasining “monotonlik” xossasi qo'llaniladi:

- Agar $a > 1$, funksiya o'suvchi va $x_1 < x_2 \rightarrow \log_a(x_1) < \log_a(x_2)$.
- Agar $0 < a < 1$, funksiya o'suvchi va $x_1 < x_2 \rightarrow \log_a(x_1) > \log_a(x_2)$.

Misol: Tengsizlikni yechish $\log_4(x - 2) < 2$

Yechish:

1. Logarifmik tengsizlikni ekvivalent shaklga keltiramiz:

$$x - 2 < 4^2 = 16.$$

2. Oddiy tengsizlikni yechamiz:

$$x < 18.$$

3. Logarifm ichidagi ifoda musbat bo‘lishi kerak: $x - 2 > 0$, ya’ni $x > 2$.

Natija: $2 < x < 18$

Logarifmik o‘shish modellari iqtisodiyotda qo‘llaniladi. Masalan, pul mablag‘larining foizlar hisobidan ko‘payishi logarifmik model bilan ifodalanadi:

$$P(t) = P_0 * e^{rt}$$

bu yerda $P(t)$ — vaqt davomida mablag‘ning qiymati, P_0 — dastlabki mablag‘, r — yillik foiz stavkasi, t — vaqt (yil).

Ovoz balandligini dB (decibel) birligida o‘lchashda ham logarifmik miqyosdan foydalaniladi:

$$L = 10 * \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right),$$

bu yerda I — tovush intensivligi, I_0 — boshlang‘ich intensivlik.

Xulosa

Ushbu maqolada logarifmik funksiyalar, tenglamalar va tengsizliklarning nazariy asoslari va amaliy qo‘llanishlari batafsil ko‘rib chiqildi. Logarifm xossalari murakkab masalalarni soddalashtirishda muhim rol o‘ynaydi. Iqtisodiyot, akustika va ekologiya kabi ko‘plab sohalarda logarifmik hisoblashlar qo‘llanilib, real dunyodagi jarayonlarni modellashtirish imkonini beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. *Algebra va matematik analiz asoslari. I k. Akademik litseylar uchun qo‘llanma* (A.Abduxamidov, A.Nasimov va boshqalar). - T.: O‘qituvchi, - 2007. 462 b. [1]
2. *Matematika. I, II qism. Kasb-hunar kollejlari uchun qo‘llanma* (A.Meliqulov va boshqalar). - T.: 2003. [2]
3. www.khanacademy.com[3]
4. www.ziyonet.uz[4]