ISSN: 3030-3621

KVADRAT FUNKSIYALAR

G'aybullayev Muradulla Narzillayevich.
Shirin energetika kolleji
O'qituvchisi.

Annotatsiya. Biz ushbu maqolada kvadrat funksiya va ularga oid ba'zi ta'riflarni tahlil qildik.

Kalit so'zlar: parabola, cho'qqi, kvadrat funksiya, butun ratsional.

Kvadrat funksiya shaklning ikkinchi darajali butun ratsional funksiyasidir f (x) = a x 2 + b x + c, bu yerda a ≠ 0 va a , b , c ∈ R. Shunday qilib, agar o'zgaruvchi x va ba'zi kvadratik uch a'zolar a x 2 + b x + c ax+bx+c funksional bog'liqlik orqali bog'lanadi (x mustaqil o'zgaruvchi sifatida qaraladi, uch a'zoning o'zi bog'liq deb hisoblanadi), keyin bunday funktsiya kvadratik deb ataladi. Kvadrat funksiyaning grafigi paraboladir. Kvadrat funksiya grafigining ko'pgina xossalari u yoki bu funktsiya grafigining o'rni va ko'rinishini belgilovchi parabola cho'qqisi bilan bog'liq.

Kvadrat funksiyaning ko'pgina xossalari f (x) = a x 2 + b x + c koeffitsient qiymatiga bog'liq.

Haqiqiy raqamlar a, b va c Kvadrat funksiyaning umumiy yozuvidagi uning koeffitsientlari deyiladi. Bunday holda, koeffitsient a odatda eng yuqori va koeffitsient deb ataladi c. Koeffitsientlarning har birini o'zgartirish parabolaning ma'lum o'zgarishlariga olib keladi. Koeffitsient qiymati bo'yicha a Uning shoxlari qaysi tomonga (yuqoriga yoki pastga) yo'naltirilganligini aniqlash va ordinata o'qiga nisbatan uning cho'zilish yoki siqilish darajasini baholash mumkin: Agar a > 0 a>0, keyin parabolaning shoxlari yuqoriga yo'nalgan, ya'ni uning cho'qqisi pastda joylashgan. Agar a < 0 , a<0, keyin parabolaning shoxlari pastga yo'naltiriladi, ya'ni uning cho'qqisi tepada joylashgan. Agar | a | < 1 |a|<1, keyin parabola ordinata o'qi bo'ylab siqiladi, ya'ni kengroq va tekisroq ko'rinadi. Agar | a | > 1,|a|>1, keyin parabola ordinata o'qi bo'ylab cho'ziladi, ya'ni u torroq va tik ko'rinadi. Koeffitsient qiymatining ta'siri a shaklning kvadratik funksiyasini tasvirlashning eng oddiy usuli f (x) = a x 2 f(x)=ax, ya'ni holda b=0 va c = 0 . Bo'lgan holatda a = 0 Kvadrat funksiya chiziqli bo'ladi. Koeffitsientning o'zgarishi b parabolaning x o'qiga va ordinata o'qiga nisbatan siljishiga olib keladi. Qiymati oshgani sayin b =1 ga parabola siljiydi 1 / 2 a chapga va bir vaqtning o'zida (2 b + 1) / 4 a pastga. Kamaytirilganda b 1 ga parabola siljiydi 1 / 2 a o'ngga va bir vaqtning o'zida (2 b − 1) / 4 a) yuqoriga. Bunday transformatsiyalar koeffitsient bilan izohlanadi b ordinata o'qi bilan kesishish nuqtasida parabolaga teguvchi burchak koeffitsientini xarakterlaydi (ya'ni x = 0). Koeffitsient c parabolaning ordinata o'qiga nisbatan parallel ko'chirilishini (ya'ni yuqoriga yoki pastga) xarakterlaydi. Ushbu koeffitsientning qiymati 1 ga oshganda, parabola 1 ga ko‘tariladi. Shunga ko'ra, agar biz koeffitsientni kamaytirsak c 1 ga, keyin parabola 1 ga pastga siljiydi. Koeffitsientdan boshlab b parabola cho‘qqisining holatiga ham ta'sir qiladi, keyin faqat koeffitsient qiymatiga asoslanadi. c cho‘qqi x o‘qi ustida yoki pastda joylashganligini aniqlash mumkin emas.

Parabolaning uchi koordinatalari orqali kvadrat funktsiyani yozish tahrirlash Har qanday kvadratik funktsiya f (x) = a x 2 + b x + c eng oddiy kvadratik funktsiyani cho‘zish/siqish va parallel tarjima qilish yordamida olinishi mumkin. f (x) = x 2. Shunday qilib, shakl funksiyasining grafigi f (x) = a (x − x 0) 2 + y 0 siqish orqali olinadi (bilan a < 0) yoki cho‘zish (bilan a > 0) funksiya grafigi f (x) = x 2 dyuym a marta, uning keyingi parallel uzatilishi x 0 birlik o‘ngga va y 0 birlik yuqoriga (agar bu qiymatlar manfiy raqamlar bo‘lsa, mos ravishda chapga va pastga). Shubhasiz, amalga oshirilgan transformatsiya bilan funktsiya parabolasining tepasi f (x) = x 2 nuqtadan harakatlanadi (0 ; 0) nuqtaga (x 0 ; y 0). Bu fakt ixtiyoriy kvadratik funktsiyaning parabola tepasining koordinatalarini uning tenglamasini shaklga keltirish orqali hisoblashning yana bir usulini beradi. f (x) = a (x − x 0) 2 + y 0, bu parabolaning uchi koordinatalarini darhol ko'rish imkonini beradi - (x 0 ; y 0).

Kvadrat funksiya f (x) = a x 2 + b x + c f(x)=ax2+bx+c ikkinchi darajali butun ratsional funksiyadir, shuning uchun butun ratsional funksiyaning barcha mos xossalari unga tegishli. Xususan, agar uning ko‘phadning yozuvida faqat juft ko'rsatkichlar bo‘lsa, u juft bo'ladi va toq - faqat toq darajalar bo‘ladi. Bundan kelib chiqadiki, birinchi navbatda unga shart qo‘yilganligi uchun hech qanday kvadrat funktsiya toq bo‘lishi mumkin emas. a ≠ a va shuning uchun u har doim teng 2 ko‘rsatkichni o‘z ichiga oladi. Bundan tashqari, ko‘rinib turibdiki, kvadratik funktsiya faqat 1 ko‘rsatkichi bo‘lmasa, hatto bo‘ladi, ya’ni b = 0. Bu haqiqatni to‘g‘ridan-to‘g‘ri osongina isbotlash mumkin. Shunday qilib, funktsiya aniq f (x) = a x 2 + c juft, chunki u to‘g‘ri: f (− x) = a · (− x) 2 + c = a x 2 + c = f (x) }, ya’ni f (− x) = f (x). Shunday qilib, kvadratik funktsiya faqat qachon ordinataga nisbatan simmetrik bo‘ladi b = 0. Maxsus koeffitsient qiymatlari a va c bu fakt mutlaqo ta'sir qilmaydi. Ayniqsa, c nolga teng bo‘lishi ham mumkin, ya’ni formulada yo‘q. Bunday holda, parabolaning tepasi koordinatalar tizimining kelib chiqishi bilan mos keladi. Boshqa barcha hollarda kvadrat funktsiya juft ham, toq ham bo‘lmaydi, ya’ni u umumiy shakldagi funktsiyadir.

Shu bilan birga, har qanday kvadratik funktsiyaning grafigi eksenel simmetriyaga ega. Ma’lumki, agar ba'zi funksiyalar uchun f (x) f(x) ayrim raqamlar uchun x 0 ∈ x0\in \mathbb R tenglik to‘g‘ri f (x 0 + x) = f (x 0 − x)f(x0+x)=f(x 0-x), keyin bu funksiyaning grafigi f (x) f(x) to‘g‘ri chiziqqa nisbatan eksenel simmetriyaga ega x = x 0 x=x0. Bunday sonli kvadratik funktsiyaga nisbatan x 0 uning parabolasi cho'qqisining abssissasi. Demak, har qanday kvadratik funksiyaning grafigi ordinata o‘qiga parallel bo‘lgan va parabola cho‘qqisidan o‘tuvchi o‘qga va funksiyaning simmetriya o‘qiga nisbatan simmetrik bo‘ladi. f (x) = a x 2 + b x + c f(x)=ax^2+bx+c} to‘g‘ri chiziq x = − b / 2 a x=-b/2a.

Parabolaning simmetriya o‘qi har doim uning cho‘qqisidan o‘tganligi sababli, kvadrat funktsiyaning nollari ham parabola cho‘qqisining abssissasiga nisbatan doimo simmetrik bo‘lishi aniq. Bu fakt funktsiyaning ma’lum nollaridan foydalangan holda parabola cho‘qqisining koordinatalarini hisoblashni osonlashtiradi. Haqiqiy sonlar sohasida bu usul faqat parabola x o‘qini kesib o‘tganda yoki tegib ketganda ishlaydi, ya’ni haqiqiy mintaqadan nolga ega. Agar kvadrat funktsiya faqat bitta nolga (ko‘plik 2) ega bo‘lsa, u holda, shubhasiz, uning o‘zi parabolaning cho‘qqisidir. Agar parabolada nol bo‘lsa x 1 va x 2 x, keyin abtsissa x 0 uning uchlari funksiya nollarining o‘rtacha arifmetik qiymati sifatida osonlik bilan hisoblanadi.

Har qanday ratsional funktsiya kabi, kvadratik funktsiya f (x) = a x 2 + b x + c f(x)=ax2+bx+c butun ta’rif sohasi bo‘ylab farqlanadi. Uning hosilasini elementar farqlash qoidalari yordamida osongina topish mumkin: f ' (x) = 2 a x + b f'(x)=2ax+b. Shunday qilib, biz kvadrat funktsiyaning hosilasi chiziqli funktsiya bo'lib, u qat'iy monoton ravishda ortadi (agar a > 0) yoki qat’iy monoton ravishda kamayadi (agar a < 0) butun ta’rif sohasi bo‘ylab. Shu bilan birga, buni sezish ham oson f ' (0) = b f'(0)=b, ya’ni koeffitsient f ' (0) = b asl funksiya tenglamasida parabolaning koordinata boshidagi qiyaligiga teng. Kvadrat funktsiya, har qanday ratsional funktsiya kabi, butun ta’rif sohasi bo‘ylab integrallanadi.

Shubhasiz, parabolaning tepasi uning eng yuqori yoki eng past nuqtasi, ya’ni kvadratik funktsiyaning mutlaq ekstremumidir (minimal a > 0 va maksimal da a < 0. Demak, parabola tepasining abssissasi funksiyaning aniqlanish sohasini ikkita monoton oraliqga ajratadi, ularning birida funksiya ortadi, ikkinchisida esa kamayadi. Differensial hisoblash usullaridan foydalanib, bu faktdan foydalanib, umumiy tenglama bilan berilgan parabola tepasining koordinatalarini hisoblash uchun oddiy formulani osongina olish mumkin. f (x) = a x 2 + b x + c f(x)=ax2+bx+c, uning koeffitsientlari orqali.

Kvadrat funksiya qat’iy monoton funktsiya bo‘lmagani uchun u qaytarilmasdir. Har qanday uzluksiz funktsiyani qat’iy monotonlik oraliqlari bo‘yicha teskari aylantirish mumkin bo‘lganligi sababli, har qanday kvadrat funktsiya uchun uning ikkita monotonlik oralig‘iga mos keladigan ikkita teskari funksiya mavjud. Kvadrat funksiyaning har bir monotonlik oraliqlaridagi teskarilari arifmetik kvadrat ildiz funksiyalaridir. Shunday qilib, arifmetik kvadrat ildiz funktsiyasi f − 1 (x) = x f{-1}(x)= kvadratik funksiyaga teskari f (x) = x 2 intervalda (0 , + ∞). Shunga ko‘ra, funktsiya f − 1 (x) = − x (x)= funktsiyaning teskarisi f (x) = x 2 oraliqda (− ∞ ; 0]. Funktsiyalar grafiklari f (x) va f − 1 (x) to‘g‘ri chiziq bo‘yicha bir-biriga simmetrik bo‘ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Сканави М.И. График квадратного трёхчлена // Элементарная математика. — 2-е изд., перераб. и доп. — М., 1974. — С. 130—133. — 592 с.
2. Каплан И.А. Тридцать третье практическое занятие (экстремум квадратичной функции) // Практические занятия по высшей математике. — 3-е изд. — Харьков, 1974. — С. 449—451