ISSN: 3030-3680 ЛУЧШИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

INTEGRAL VA UNING TADBIQLARI

Abduvoxidova Shoxsanam

Andijon Davlat Universiteti Matematika-mexanika fakulteti

matematika yo'nalishi 4M1 guruh talabasi

Annotatsiya: Mazkur maqolada integral tushunchasi va uning matematik tahlil sohasidagi asosiy tadbiqlari tahlil qilingan. Funksiyalarning boshlang‘ich funksiyasini topish masalasi, aniqmas integralning ta'rifi, uning xossalari va amaliy qo‘llanilishi batafsil yoritilgan. Maqola integral tushunchasining matematik asoslarini, uning amaliyotdagi ahamiyatini hamda integrallar jadvalidan foydalanishni ko‘rsatib beradi. Matematik analizning ushbu mavzusi nafaqat nazariy ahamiyatga, balki turli fanlar kesimida qo‘llanma sifatida ham dolzarblik kasb etadi.

Kalit so‘zlar: Integral, aniqmas integral, boshlang‘ich funksiya, matematik analiz, integrallash xossalari, funksiyalar differensiali, integralni hisoblash

Ma’lumki, hosila va uning tadbiqlari bobida berilgan $y=F(x)$ funksiyaning $F'(x)=f(x)$ hosilasini topish bilan shug’ullangan edik. Ammo amalaiyotning bir qator masalalarida teskari masala, ya’ni $y=F(x)$ funksiyani uning ma’lum bo’lgan $F'(x)=f(x)$ hosilasi bo’yicha topish masalasiga ham duch kelinadi.

Masalan, modddiy nuqtaning harakat tenglamasi $S=S(t)$ berilgan bo’lsa, unda t_0 vaqtgacha bosib o’tilgan masofa $S_0=S(t_0)$ kabi aniqlanar edi. Ammo harakat tenglamasi $S=S(t)$ noma’lum bo’lib uning hosilasi $S'(t)=v(t)$ ya’ni oniy tezlik berilgan holda $S_0=S(t_0)$ *masofani* topish masalasi paydo bo’ladi. Bu kabi masalalar integral tushunchasiga olib keladi. Biz bu tushunchani o’rganishga kirishamiz.

Ta’rif. Biror chekli yoki cheksiz $(a;\ b)$ oraliqdagi har bir x nuqtada differensiallanuvchi va hosilasi

$$F'(x) = f(x) \qquad (1)$$

shartni qanoatlantiruvchi $F(x\ \ )$ funksiya berilgan $f(x)$ funksiya uchun **boshlang’ich funksiya** deyiladi.

Masalan, $f(x)=cosx$ funksiya uchun $F(x)=sinx$ boshlang’ich funksiya bo’ladi, chunki $F'(x)=(sinx)'=cosx$ tenglik o’rinlidir. Huddi shunday $F(x)= {}^{x}\underline{4}$ funksiya barcha x nuqtalarda $f(x)=x^3$ uchun boshlang’ich funksiya bo’ladi, chunki bunda (1) tenglik o’rinli bo’ladi.Berilgan $y=F(x)$ funksiyaning $y'=F'(x)$ hosilasi bir qiymatli aniqlanadi. Masalan, $y=x^3$ funksiya yagona $y'=3x^2$ hosilaga ega. Ammo $y=f(x)$ funksiyaning boshlang’ichi $F(x)$ funksiyani topish masalasi bir qiymatli hal qilinmaydi. Haqiqatdan ham, agar $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'lsa, u holda ixtiyoriy C o'zgarmas son uchun *F(x)+C* funksiya ham *f(x)* uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi, chunki $[F(x)+C]'=F'(x)+(C)'=f(x)$.

Masalan, $f(x)=3x^2$ uchun ixtiyoriy C o'zgarmasda $x^3 + C$ —
boshlang'ich funksiya bo'ladi. Bundan berilgan funksiya uchun boshlang'ich funksiya yagona emasligi kelib chiqadi.

Bu tasdiq quyidagi teorema bilan aniqlanadi:

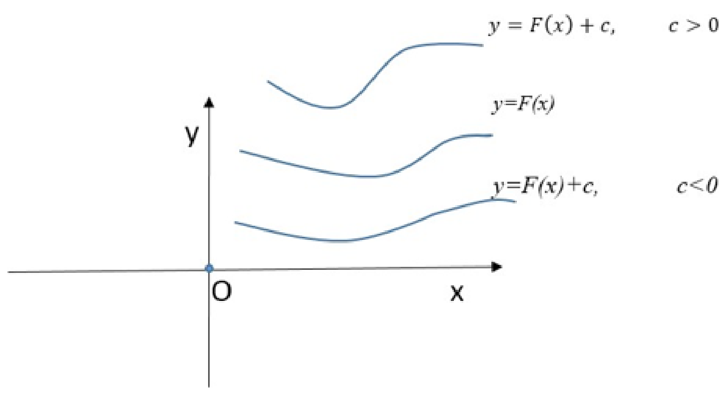
Teorema. Agar $F_1(x)$ *va* $F_2(x)$ funksiyalar *f(x)* funksiyaning $[a, b]$ dagi boshang'ich funksiyalari bo'lsa, u holda ular orasidagi ayirma o'zgarmas songa teng, ya'ni $F_1(x) - F_2(x)=C$.

Ta'rif. Agar *F(x)* funksiya *f(x)* funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'lsa, u holda $F(x) + C$ ifoda *f(x)* funkiyadan olingan **aniqmas integral** deyiladi.

Berilgan *f(x)* funksiyaning aniqmas integrali $\int f(x)dx$ kabi belgilanadi. Demak, ta'rifga asosan

$$\int f(x)dx = F(x) + c \qquad (2)$$

Bu yerda $\int$ - integral belgisi, $f(x)$ – **integral ostidagi funksiya,** $f(x)dx$ **integral ostidagi ifoda**, x esa **integrallash o'zgaruvchisi** deyiladi. Berilgan *f(x)* funksiyaning $\int f(x)dx$ aniqmas integralini topish amali bu **funksiyani integrallash** deyiladi. Aniqmas integral $y = F(x) + C$ funksiyalar sinfini ifodalashi ma'lum. Shuninguchun ham geometrik nuqtai nazardan, aniqmas integral *y=F(x)* funksiya grafigini *Oy* koordinata o'qi bo'ylab parallel ko'chirishdan hosil bo'ladigan chiziqlar sinfidan iborat bo'ladi *(1-chizma)*.



1-chizma Aniqmas integral bir qator xossalarga ega:

I. Aniqmas integralning hosilasi integral ostidagi funksiyaga teng, ya'ni

$$\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$$

I. Aniqmas integralning differensiali integral ostidagi ifodaga teng, ya’ni $d(\int f(x)dx) = f(x)dx$

II. Biror funksiyaning hosilasidan olingan aniqmas integral shufunksiya bilan C o’zgarmasning yig’indisiga teng, ya’ni

$\int F'(x)dx = F(x) + C.$

III. Biror funksiyaning differensialidan olingan aniqmas integral shu funksiya bilan o’zgarmas son yig’indisiga teng, ya’ni

$\int dF(x) = F(x) + C.$

IV. O’zgarmas ko’paytuvchi k ni integral belgisi oldiga chiqarish mumkin, ya’ni

$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$.

V. Ikkita funksiya algebraik yig’indisidan olingan aniqmas integral shu funksiyalarning har biridan olingan aniqmas intgrallarning algebraik yig’indisiga teng, ya’ni $\int[f(x) \pm \varphi(x)]dx = \int f(x)dx \pm$

$\int \varphi(x)dx.$

VI. Agar a va b o’zgarmas sonlar bo’lsa, u holda quyidagi tasdiq o’rinlidir:

$\int f(x)dx = F(x) + C$ => $\int f(ax + b)dx = \frac{1}{a}F(ax + b) + C.$

Hosilalar jadvali va oldin hisoblagan bir qator hosilalardan hamda aniqmas integral ta’rifidan foydalanib quyidagi asosiy integrallar jadvalini hosil qilamiz:

$$1.\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C\,(n \neq -1) \qquad 9.\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C;$$

$$2.\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C; \qquad 10.\int tgxdx = -\ln|\cos x| + C$$

$$3.\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C; \qquad 11.\int ctgxdx = \ln|\sin x| + C;$$

$$4.\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C; \qquad 12.\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C;$$

$$5.\int e^x dx = e^x + C;$$

$$6.\int \sin xdx = -\cos x + C; \qquad 13.\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a}arctg\frac{x}{a} + C;$$

$$7.\int \cos xdx = \sin x + C; \qquad 14.\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C;$$

$$8.\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C; \qquad 15.\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + \lambda}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + \lambda}\right| + C.$$

Bu yerda keltirilgan integrallar jadvalidan foydalanib kelgusida ko'plab integrallarni hisoblash mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 9-iyuldagi "Matematika ta'limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo'llab quvvatlash va shuningdek, V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish to'g'risida"gi PQ-4387 sonli qarori.
O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.M.Mirziyoyevning Oliy majlisga murojatnomasi, "Yangi O'zbekiston" gazetasi, 2020 yil 25 yanvar, №1.
So'fiyev T. Maktabda matematik analiz elementlari. Toshkent. "O'qituvchi" 1983.
Rasulov N.P., Safarov I.I., Muxitdinov R.T. Oliy matematika. Toshkent, 2012.
Piskunov N.S. Differensial va integral hisob. I-tom. Toshkent. "O'qituvchi", 1984.
Piskunov N.S. Differensial va integral hisob. II-tom. Toshkent. "O'qituvchi", 1984.
Ibaydullayev T.T., Ahlimirzayev A, Raximberdiyev E., Qo'chqarov E. Oliy matematika. Toshkent. "Innovatsiya-ziyo".