



SONLI KETMA-KETLIK LIMITI

Toshpo'latov Mirjalol

*Andijon Davlat Universiteti Matematika-mexanika fakulteti
matematika yo'nalishi 4M1 guruh talabasi*

Annotatsiya: Sonli ketma-ketlik limiti matematik analizning muhim tushunchalaridan biri bo'lib, u ketma-ketlikning oxirgi qiymati yoki uning yaqinlashadigan chegarasini aniqlashga xizmat qiladi. Ushbu maqolada ketma-ketlikning limiti tushunchasi, uning aniqlanishi va matematik xususiyatlari yoritilgan. Shuningdek, limitning mavjudligi, ularning konvergent yoki divergent xususiyatlari va amaliy masalalarda qo'llanilishi tahlil qilinadi. Limit tushunchasi matematik modellashtirish, fizika, iqtisodiyot va muhandislik kabi sohalarida asosiy nazariy vosita sifatida qo'llaniladi. Ushbu maqola sonli ketma-ketliklarning limitlarini chuqurroq tushunish va ulardan real hayotdagi muammolarni hal qilishda foydalanishni yoritishga bag'ishlangan.

Kalit so'zlar: Sonli ketma-ketlik, limit, konvergenksiya, divergenksiya, matematik analiz, limit teoremlari, yaqinlashuv.

Kirish

Sonli ketma-ketlik limiti matematik analizning eng asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, u ketma-ketlikning yaqinlashadigan qiymatini yoki o'zgarish chegarasini tavsiflash uchun ishlatiladi. Matematikada limit tushunchasi murakkab masalalarni tahlil qilishni soddalashtiruvchi va ularni aniq natijaga olib keluvchi vosita sifatida rivojlangan. Bu tushuncha ketma-ketlikning yaqinlashuvi yoki divergentligi kabi xususiyatlarni o'rganishda alohida ahamiyat kasb etadi.

Limit nazariyasi nafaqat matematik analizning poydevori, balki zamonaviy ilmfanning ko'plab sohalarida ham keng qo'llaniladi. Masalan, fizikada vaqt o'tishi bilan hodisalarning holatini tahlil qilish yoki iqtisodiyotda uzoq muddatli o'zgarishlarni prognoz qilish uchun ketma-ketlik limitlaridan foydalaniladi. Ushbu maqola limit tushunchasi, uning asosiy xususiyatlari va qo'llanilish sohalarini chuqurroq o'rganishga qaratilgan. Shuningdek, limitlarni aniqlashning nazariy qoidalari va ularni amaliyotda qo'llash usullari batafsil bayon etiladi.

Asosiy qism

Limit tushunchasi matematikaning muhim tushunchalaridan biridir.



Ta'rif: Agar ixtiyoriy musbat ε son uchun shunday N nomermavjud bo'lsaki, barcha $n > N$ lar uchun

$$|x_n - a| < \varepsilon \quad (3)$$

tengsizlik bajarilsa, a soni $\{x_n\}$ ketma – ketlikning **limiti** deyiladi.

a soni $\{x_n\}$ ketma – ketlikning limiti ekanligi quyidagicha yoziladi:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$$

Agar $\{x_n\}$ ketma – ketlik biror chekli a limitga ega bo'lsa, bundayketma – ketlik **yaqinlashuvchi ketma – ketlik** deyiladi.

Limitga ega bo'lmagan ketma – ketlikni uzoqlashuvchi ketma –ketlik deyiladi.

Limitga ega bo'lgan ketma – ketliklar uchun bir nechta teoremlar mavjud:

- 1- **teorema.** Ketma – ketlik faqat bitta limitga ega bo'ladi.
- 2- **teorema.** Har qanday yaqinlashuvchi ketma ketlik – chegaralangandir.
- 3- **teorema.** Agar $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ ketma-ketlik mos ravishda a va b ga limitlarga ega hamda $a < b$ bo'lsa, shunday N nomer topiladiki, $n > N$ bo'lganda $x_n < y_n$ bo'ladi.
- 4- **teorema.** Agar $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ va $\{z_n\}$ ketma ketlik uchun $x_n < y_n < z_n$ shart o'rinli bo'lsa, $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ va $\{z_n\}$ ketma ketliklar umumiy bitta a limitga ega bo'ladi, ya'ni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a \text{ bo'ladi.}$$

Ta'rif: Ta'rif. Hamma hadlari bir xil a soniga teng bo'lgan ketma – ketlik **o'zgarmas ketma- ketlik** deyiladi.

Har qanday o'zgarmas $\{x_n = c\}$ ketma – ketlik uchun $\lim x_n = \lim C = C$ bo'ladi. Masalan, $3, 3, 3, 3, \dots, 3, \dots$ ya'ni $\{x_n\} = \{3\}$ ketma ketlik uchun $\lim x_n = \lim 3 = 3$

Ta'rif: Ixtiyoriy $M > 0$ soni uchun bu songa bog'liq shunday N_M soni topilsaki, $\{x_n\}$ ketma – ketlik tartib raqami $N > N_M$ shartni qanoatlantiruvchi barcha hadlar uchun $|x_n| > M$ tengsizlik bajarilsa, unda bu ketma – ketlik **cheksiz limitga ega** deyiladi.

$\{x_n\}$ ketma – ketlikning limiti cheksiz ekanligi $\lim x_n = \infty$ yoki

$\lim x_n = \pm\infty$ kabi yoziladi



Xulosa

Sonli ketma-ketlik limiti matematik tahlil va modellashtirishning asosiy vositalaridan biri bo'lib, u murakkab tizimlarning o'zgarishini tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega. Limit orqali ketma-ketlikning cheksiz davom etadigan qiymati yoki uning yaqinlashadigan chegarasi aniqlanadi. Ushbu tushuncha nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy masalalarda ham juda foydalidir. Masalan, fizikadagi dinamik jarayonlarni tahlil qilish, iqtisodiy modellarni yaratish yoki texnologik jarayonlarni boshqarishda limit tushunchasi muhim o'rin tutadi.

Limit nazariyasi ketma-ketliklarning konvergent yoki divergent xususiyatlarini aniqlash orqali ularning tabiati haqida to'liq ma'lumot beradi. Masalan, konvergent ketma-ketliklar ma'lum bir qiymatga yaqinlashgan holda barqarorlashadi, divergent ketma-ketliklar esa cheksiz o'sish yoki kamayish jarayonini ko'rsatadi. Ushbu xususiyatlar matematik modellarni real hayotdagi vaziyatlarga moslashtirishda muhim o'rin egallaydi.

Bundan tashqari, limitlar orqali differensial va integral hisoblashda zarur bo'lgan asosiy xulosalar chiqariladi. Ular matematik analizning boshqa bo'limlari bilan ham chuqur bog'liq bo'lib, har qanday murakkab matematik jarayonlarni tahlil qilishni osonlashtiradi. Real hayotda, masalan, moliyaviy bozorlar dinamikasini tahlil qilishda, tabiiy resurslardan foydalanishni optimallashtirishda yoki muhandislik loyihalarida limit tushunchasi dolzarb ahamiyatga ega.

Xulosa qilib aytganda, sonli ketma-ketlik limiti matematik analizning asosiy vositasi bo'lib, uning nazariy va amaliy ahamiyati juda keng. Ushbu tushuncha orqali murakkab jarayonlarni oddiy va izchil shaklda tahlil qilish imkoniyati yaratiladi. Ushbu maqola ketma-ketlik limitining nazariy asoslarini va uning amaliyotdagi ahamiyatini yoritib, matematik tushunchalarni chuqurroq anglashga xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M, Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 1-qism. Akademik litseylar uchun darslik. Tuzatilgan 2-nashri.-T.: "O'qituvchi", 2003.-416 b.
2. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M., Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 2-qism Akademik litseylar uchun sinov darsligi.-T.: "O'qituvchi", 2002.-368 b.
3. Abduxmedov A. Nasimov X., Nosirov U., Xusanov J. Algebra va analizdan masalalar to'plami. 1-qism. Akademik litseylar va kasb-xunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma.-T.: "SHarq", 2003.-152 b.



4. Shukurilov M. *Elementar matematika* — Toshkent: "Matematika", 2005. — 330 b.
5. Ismailov R. *Matematik analizga kirish* — Toshkent: "Sharq", 2013. — 278 b.
6. Yuldashev R. *Elementar matematika: nazariy va amaliy jihatlar* — Toshkent: "Fan", 2015. — 415 b
7. Axlimirzayev A. *Maktabda matematik analiz elementlari (o'quv qo'llanma)* T.: "SHarq", 2003.-152 b.