# HOSILA VA UNING TATBIQLARI

***To'ychiboyev Dilmurodjon***

*Andijon Davlat Universiteti matematika va mehanika fakulteti matematika yo'nalishi 4M1 guruh talabasi*

***Annotatsiya***: *Ushbu maqolada differensial hisob, hosila tushunchasiga olib keladigan masalalar, funksiya hosilasi va uning geometrik va mexanik ma'nolari keltirilgan. Matematik analizning muhim qismi bo'lgan hosila, funksiyaning xulq-atvorini o'rganishda muhim ahamiyatga ega. Shuningdek ushbu maqolada matematik analiz kursida hosila tushunchasi bilan uzviy bog'liq tushuncha differensial tushunchasi ham o'rganilgan va u yordamida misollarni taqribiy hisoblashlar ko'rib chiqilgan.*

***Kalit so'zlar***: *differensial hisob, funksiya, hosila, tezlik, yo'l, vaqt, limit, argument, orttirma, urinma, burchak koeffitsiyenti.*

**Differensial hisob** – matematikaning hosilalar va differensiallarni hisoblash, ularning xossalarini o'rganish hamda funksiyalarni tekshirishga tatbiq qilish bilan shug'ullanadigan bo'limi.

Differensial hisobning vujudga kelishidagi dastlabki ishlar egri chiziqqa urinma o'tkazish masalasini yechishda Ferma, Dekart va boshqa matematiklar tomonidan qilingan. I.Nyuton va G.Leybnits o'zlaridan avvalgi matematiklarning bu boradagi ishlarini nihoyasiga yetkazdilar.

**Hosila tushunchasiga olib keladigan masalalar.** Hosila tushunchasiga olib keladigan masalalar jumlasiga qattiq jismni to'g'ri chiziqli harakatini, yuqoriga vertikal holda otilgan jismning harakatini yoki dvigatel silindridagi porshen harakatini tekshirish kabi masalalarni kiritish mumkin. Bunday harakatlarni tekshirganda jismning konkret o`lchamlarini va shaklini e'tiborga olmay, uni harakat qiluvchi moddiy nuqta shaklida tasavvur qilamiz. Quyida bitta masalani olib qaraymiz.

**Harakat tezligi masalasi.** Aytaylik, M moddiy nuqtaning to'g'ri chiziqli harakat qonuniga ko`ra uning $t=t_0$ paytdagi tezligini (oniy tezligini) topish talab qilinsin. Nuqtaning $t_0$ va $t_0+\Delta t(\Delta t\neq 0)$ vaqtlar orasidagi bosib o`tgan yo`li $\Delta S=f(t_0+\Delta t)-f(t_0)$ bo'ladi. Uning shu vaqtdagi o'rtacha tezligi $\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{f(t_0+\Delta t)-f(t_0)}{\Delta t}$ ga teng. Ma'lumki, $\Delta t$ qanchalik kichik bo`lsa, $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ o'rtacha tezlik nuqtaning $t_0$ paytdagi tezligiga shunchalik yaqin bo`ladi. Shuning uchun nuqtaning $t_0$ paytdagi tezligi quyidagi limitdan iborat. $v(t_0)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}$

**Fuksiya hosilasi**. $y=f(x)$ funksiya (a,b) intervalda aniqlangan bo`lsin, (a,b) intervalga tegishli $x_0$ va $x_0+\Delta x$ nuqtalarni olamiz. Argument biror (musbat yoki manfiy - bari bir) $\Delta x$ orttirmasini olsin, u vaqtda $y$ funksiya biror $\Delta y$ orttirmani oladi. Shunday qilib argumentning $x_0$ qiymatida $y_0=f(x_0)$ ga, argumentning $x_0+\Delta x$ qiymatda

$y_0+\Delta y=f(x_0+\Delta x)$ ga ega bo`lamiz. Funksiya orttirmasi $\Delta y$ ni topamiz :

$$\Delta y = f(x_0+\Delta x) - f(x_0) \qquad (1)$$

Funksiya orttirmasini argument orttirmasiga nisbatini tuzamiz.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} \qquad (2)$$

Bu – nisbatning $\Delta x\to 0$ dagi limitini topamiz.

Agar bu limit mavjud bo`lsa, u berilgan $f(x)$ funksiyaning $x_0$ nuqtadagi hosilasi deyiladi va $f'(x_0)$ bilan belgilanadi. Shunday qilib,

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{yoki} \quad f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

**Ta'rif**. Berilgan $y=f(x)$ funksiyaning argument $x$ bo`yicha hosilasi deb, argument orttirmasi $\Delta x$ ixtiyoriy ravishda nolga intilganda funksiya orttirmasi $\Delta y$ ning argument orttirmasi $\Delta x$ ga nisbatining limitiga aytiladi. Umumiy holda $x$ ning har bir qiymati uchun $f'(x)$ hosila ma'lum qiymatga ega, ya'ni hosila ham x ning funksiyasi bo`lishini qayd qilamiz. Hosilada $f'(\mathrm{x})$ belgi bilan birga boshqacha belgilar ham ishlatiladi.

$y'$, $y_x$, $\frac{dy}{dx}$ Hosilaning x=a dagi konkret qiymati $f'(\mathrm{a})$ yoki $y'|_{x=a}$ bilan belgilanadi.

**Hosilaning tadbiqlari**. Matematik analiz kursida hosila tushunchasi bilan uzviy bog'liq tushuncha differensial tushunchasi ham o'rganiladi. Ma'lumki, $y = f(x)$ funksiyaning biror $x$ nuqtasidagi hosilasi

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta \mathrm{x}} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta \mathrm{f(x)}}{\Delta \mathrm{x}}$$

dan iborat edi. $\Delta x \to 0$ da $\frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta \mathrm{x}}$ nisbaning limiti $f'(x)$ hosilaga teng bo'lgani uchun $\frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta \mathrm{x}}$ nisbatning o'zi $f'(x)$ hosila bilan $\alpha$ cheksiz kichikning yig'indisiga teng, ya'ni:

$$\frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta \mathrm{x}}=f'(x)+\alpha \qquad (3)$$

bo'ladi. Bu yerda $\Delta x \to 0$ da $\alpha \to 0$. (3) tenglikdan $\Delta y = f'(x)\Delta x + \alpha\Delta x$ ni yozish mumkin. Demak, funksiya orttirmasi ikkita qo'shiluvchidan iborat bo'lib, uning birinchi qo'shiluvchisi $\Delta x$ ga nisbatan chiziqli ifoda, ikkinchi qo'shiluvchisi esa $\Delta x$ ga nisbatan yuqori tartibli cheksiz kichik miqdor ekan.

**Ta'rif.** Funksiya orttirmasi $\Delta y$ ning argument orttirmasi $\Delta x$ ga nisbatan chiziqli bo'lgan qo'shiluvchisiga funksiyaning differensiali deb ataladi.

$y=f(x)$ funksiyaning differensiali $dy$ bilan belgilanadi. Demak ta'rifga asosan

$$dy = f'(x)\Delta x \qquad (4)$$

Endi $y = x$ funksiyaning differensialini topamiz. Bu holda $y' = x' = 1$, demak $dy = dx = \Delta x$. Bu esa erkli o'zgaruvchi $x$ ning differensiali uning orttirmasi $\Delta x$ bilan bir xil, ya'ni $dx = \Delta x$ ekanligini bildiradi. Shunday qilib, $y = f(x)$ funksiyaning differensiali: $dy=f'(x)dx$ (5) bo'ladi.

Ammo bu munosabatdan $f'(x)=\frac{dy}{dx}$ tenglikni yozish mumkin. Bu esa $y = f(x)$ funksiyaning hosilasini $\frac{dy}{dx}$ ko'rinishda ham yozish mumkinligini bildiradi.

Funksiya differensiali tushunchasi kiritilgandan so'ng funksiya orttirmasini boshqacha:

$$\Delta y = dy + \alpha\Delta x \qquad (6)$$

ko'rinishda yozish mumkinligi kelib chiqadi. (6) tenglikda $\alpha \cdot \Delta x$ yuqori tartibli cheksiz kichik miqdor bo'lgani uchun, undan $\Delta y \approx dy$ tenglikni yozish mumkin. Bu tenglikdan taqribiy hisoblashlarda foydalaniladi. Uni boshqacha

$$f(x_0 + \Delta\text{x}) - f(x_0) \approx f'(x)dx \text{ yoki } f(x_0 + \Delta\text{x}) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

ko'rinishda yozish mumkin.

**1-misol**. $f(x) = sinx$ funksiya uchun taqribiy tenglik formulasi yozilsin. Yechish: $f(x) = sinx$ bo'lsa, $f'(x) = cosx$ bo'ladi. Bu holda taqribiy tenglik quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\sin(x + \Delta x) \approx sinx + cosx \cdot \Delta x \qquad (7)$$

**2-misol.** $sin46°$ ni taqribiy hisoblang. Yechish: $46° = 45° + 1° = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{180}$ bo'lgani uchun $x = \frac{\pi}{4}$ va $\Delta x = \frac{\pi}{180}$ bo'ladi.

$sin46° = \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{180}) \approx sin\frac{\pi}{4} + cos\frac{\pi}{4} * \frac{\pi}{180} = 0{,}7071 + 0{,}7071 \cdot 0{,}0175 = 0{,}7194$.

**Xulosa**: Xulosa qilib aytganda, funksiyaning hosilasi matematikada muhim tushuncha bo'lib, u ko'plab nazariy va amaliy masalalarda qo'llaniladi. Hosila yordamida funksiyaning xulq-atvorini o'rganish, uning uzluksizligini va boshqa xususiyatlarini aniqlash mumkin. Bu tushuncha, matematik analizning asosiy poydevorlaridan biri bo'lib, o'qitish va o'rganishda muhim ahamiyatga ega. Funksiyaning hosilasini tushunish, matematik fikrlashni rivojlantirishda va murakkab masalalarni hal qilishda muhim vosita hisoblanadi. Hosila yordamida biz matematik jarayonlarni chuqurroq tushunishimiz va ularni amaliyotda qo'llashimiz mumkin.

## Foydalanilgan adabiyotlar:

1. T.So'fiyev "Maktabda matematik analiz elementlari". Toshkent. "O'qituvchi" 1983.

2. A.Axlimirzayev, N.Abdullayeva AL va KHKlarida “Hosilaning funksiyalarini tekshirishga tatbiqini o‘rganish uslublari”. “Innovatsiya: Fan, ta’lim, texnologiya” ilmiy-uslubiy maqolalar to’plami, Andijon, 2017 yil, 1-son, 21-26-betlar.

3. Rasulov N.P., Safarov I.I., Muxitdinov R.T. Oliy matematika. Toshkent, 2012.

4. "Mathematical Analysis" - Tom M. Apostol, 1974.

5. "Calculus: Early Transcendentals" - Howard Anton, Irl Bivens, Stephen Davis, 2002.

6. Fayziboyev E.F. Integral hisob kursidan amaliy mashg’ulotlar. Toshkent. “O’qituvchi”, 1982.