ANIQMAS INTEGRAL VA UNI HISOBLASH

Badalov Ibrohimjon

Andijon Davlat Universiteti matematika va mehanika fakulteti matematika yo'nalishi 4M4 guruh talabasi

***Annotatsiya**: Ushbu maqolada aniqmas integral va uning xossalari,aniqmas integralni hisoblash usullari keltirilgan. Shuningdek ushbu maqolada matematik analiz kursida aniqmas integral tushunchasi bilan uzviy bog'liq tushuncha boshlang'ich funksiya tushunchasi ham o'rganilgan.*

***Kalit so'zlar**: boshlang'ich funksiya, hosila, aniqmas integral, integral ostidagi ifoda.*

Modddiy nuqtaning harakat tenglamasi $S=S(t)$ berilgan bo'lsa, unda t_0 vaqtgacha bosib o'tilgan masofa $S_0=S(t_0)$ kabi aniqlanar edi. Ammo harakat tenglamasi $S=S(t)$ noma'lum bo'lib uning hosilasi $S'(t)=v(t)$ ya'ni oniy tezlik berilgan holda $S_0=S(t_0)$ *masofani* topish masalasi paydo bo'ladi. Bu kabi masalalar integral tushunchasiga olib keladi.

Ta'rif. Biror chekli yoki cheksiz $(a;\ b)$ oraliqdagi har bir x nuqtada differensiallanuvchi va hosilasi

$$F'(x) = f(x) \qquad (1)$$

shartni qanoatlantiruvchi $F(x)$ funksiya berilgan $f(x)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya deyiladi.

Masalan, $f(x)=\cos x$ funksiya uchun $F(x)=\sin x$ boshlang'ich funksiya bo'ladi, chunki $F'(x)=(\sin x)'=\cos x$ tenglik o'rinlidir. Huddi shunday $F(x)=\frac{x^4}{4}$ funksiya barcha x nuqtalarda $f(x)=x^3$ uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi, chunki bunda (1) tenglik o'rinli bo'ladi.

Berilgan $y=F(x)$ funksiyaning $y'=F'(x)$ hosilasi bir qiymatli aniqlanadi. Masalan, $y=x^3$ funksiya yagona $y'=3x^2$ hosilaga ega. Ammo $y=f(x)$ funksiyaning boshlang'ichi $F(x)$ funksiyani topish masalasi bir qiymatli hal qilinmaydi.

Haqiqatdan ham, agar $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiya uchun boshlang’ich funksiya bo’lsa, u holda ixtiyoriy C o’zgarmas son uchun $F(x)+C$ funksiya ham $f(x)$ uchun boshlang’ich funksiya bo’ladi, chunki $[F(x)+C]'=F'(x)+(C)'=f(x)$.

Masalan, $f(x)=3x^2$ uchun ixtiyoriy C o’zgarmasda $\frac{x^3}{3}+C$

boshlang’ich funksiya bo’ladi. Bundan berilgan funksiya uchun boshlang’ich funksiya yagona emasligi kelib chiqadi. Bu tasdiq quyidagi teorema bilan aniqlanadi:

Teorema. Agar $F_1(x)$ *va* $F_2(x)$ funksiyalar $f(x)$ funksiyaning $[a,b]$ dagi boshang’ich funksiyalari bo’lsa, u holda ular orasidagi ayirma o’zgarmas songa teng, ya’ni $F_1(x) - F_2(x)=C$.

Ta’rif. Agar $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiya uchun boshlang’ich funksiya bo’lsa, u holda $F(x)+C$ ifoda $f(x)$ funkiyadan olingan aniqmas integral deyiladi. Berilgan $f(x)$ funksiyaning aniqmas integrali $\int f(x)dx$ kabi belgilanadi. Demak, ta’rifga asosan

$$\int f(x)dx = F(x) + c \qquad (2)$$

Bu yerda $\int$ - integral belgisi, $f(x)-$ integral ostidagi funksiya, $f(x)dx$ integral ostidagi ifoda, x esa integrallash o’zgaruvchisi deyiladi.Berilgan $f(x)$ funksiyaning $\int f(x)dx$ aniqmas integralini topish amali bu funksiyani integrallash deyiladi. Aniqmas integral $y = F(x) + C$ funksiyalar sinfini ifodalashi ma’lum. Shuning uchun ham geometrik nuqtai nazardan, aniqmas integral $y=F(x)$ funksiya grafigini Oy koordinata o’qi bo’ylab parallel ko’chirishdan hosil bo’ladigan chiziqlar sinfidan iborat bo’ladi.

Aniqmas integral bir qator xossalarga ega:

1. Aniqmas integralning hosilasi integral ostidagi funksiyaga teng, ya’ni

$$(\int f(x)dx)' = f(x)$$

2. Aniqmas integralning differensiali integral ostidagi ifodaga teng, ya’ni $\quad d(\int f(x)dx) = f(x)dx$

3. Biror funksiyaning hosilasidan olingan aniqmas integral shu funksiya bilan C o'zgarmasning yig'indisiga teng, ya'ni

$\int F'(x)dx = F(x) + C$.

4. Biror funksiyaning differensialidan olingan aniqmas integral shu funksiya bilan o'zgarmas son yig'indisiga teng, ya'ni

$\int dF(x) = F(x) + C$.

5. O'zgarmas ko'paytuvchi k ni integral belgisi oldiga chiqarish mumkin, ya'ni

$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$.

6. Ikkita funksiya algebraik yig'indisidan olingan aniqmas integral shu funksiyalarning har biridan olingan aniqmas intgrallarning algebraik yig'indisiga teng, ya'ni $\int[f(x) \pm \varphi(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int \varphi(x)dx$.

7. Agar a va b o'zgarmas sonlar bo'lsa, u holda quyidagi tasdiq o'rinlidir:

$\int f(x)dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(\mathrm{ax+b})dx = \frac{1}{a}F(\mathrm{ax+b}) + C$

Aniqmas integralni hisoblash usullari. Aniqmas integralni hisoblashning umumiy usuli mavjud bo'lmasdan, har bir integralni hisoblashda unga alohida yondashiladi. Ammo ma'lum bir hollar uchun integralni hisoblash usullari ishlab chiqilgan. Quyida ular bilan tanishamiz:

<u>1.</u> <u>Bevosita hisoblash usuli</u>. Bunda berilgan integral aniqmas integralning hossalari va jadvalidan foydalanib hisoblanadi.

$$\int(2x^3 - 3\sin x + 5\sqrt{x})\,dx = \int(2x^3)\,dx - \int(3\sin x)\,dx + \int(5\sqrt{x})\,dx$$
$$= \frac{x^4}{2} + 3\cos x + \frac{10}{3}\sqrt{x^3} + C.$$

2. <u>Differensial belgisi ostiga kiritish usuli</u>. Bu usul aniqmas integralni invariantlik xossasi deb ataluvchi quyidagi xossaga asoslanadi:

$\int f(x)dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(u)du = F(u) + C$.

Bu yerda *u=u(x)* ixtiyoriy differensiallanuvchi funksiyani ifodalaydi. Shunday qilib, integrallash o'zgaruvchisi *x* biror differensiallanuvchi *u=u(x)* funksiya bilan almashtirilsa, integral javobida ham x o'rniga $u=u(x)$ funksiya qo'yiladi.

Ko'p hollarda bu usulni qo'llash uchun dastlab integral ostidagi ifodaning bir qismi differensial ostiga kiritiladi va integral kerakli ko'rinishga keltiriladi.

$$\int(x+7)^{77}dx = \int(x+7)^{77}d(x+7) = (u=(x+7)) = \int u^{77}du = \frac{u^{78}}{78} + c = \frac{(x+7)^{78}}{78} + c.$$

3. O'zgaruvchini almashtirish usuli. Bu usulda berilgan $\int f(x)dx$ integraldagi x o'zgaruvchidan "yangi" t o'zgaruvchiga biror $x=\varphi(t)$ funksiya orqali o'tiladi. Bunda $\varphi(t)$ funksiyani almashtirma deb ataymiz. U differensiallanuvchi, hosilasi uzluksiz hamda unga teskari $t=\varphi^{-1}(x)$ funksiya mavjud deb olamiz. Bu holda

$$\int f(x)dx = \int f[\varphi(t)]\,\varphi'(t)dt \qquad (3)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bunda tenglikning o'ng tomonidagi integral hisoblanadigan integral bo'lib uni hisoblagandan so'ng t o'zgaruvchi o'rniga $t=\varphi^{-1}(x)$ qo'yilib, dastlabki integralning javobi olinadi. Berilgan integralni (3) tenglikdan foydalanib hisoblashga o'zgaruvchini almashtirish usuli deyiladi . Bu usulda x o'zgaruvchini shunday almashtirish kerakkki, natijada $f[\varphi(t)]\,\varphi'(t)=g(t)$ ni osonroq hisoblash mumkin bo'lsin.

4.Bo'laklab integrallash usuli. Faraz qilaylik $u = u(x)$ va $v = v(x)$ funksiyalar diferensiallanuvchi funksiyalar bo'lsin. Ko'paytmaning differensialini yozamiz: $d(uv) = vdu + udv$. Bundan $udv = d(uv) - vdu$ kelib chiqadi. Bu tenglikning ikkala tomonini hadma had integrallaymiz va quyidagini hosil qilamiz:

$$\int udv = \int d(uv) - \int vdu, \qquad \int udv = uv - \int vdu \qquad (4)$$

Bunga bo'laklab integrallash formulasi deyiladi.

Xulosa: Xulosa qilib aytganda, aniqmas integral matematikada muhim tushuncha bo'lib, u ko'plab nazariy va amaliy masalalarda qo'llaniladi. Bu tushuncha, matematik analizning asosiy poydevorlaridan biri bo'lib, o'qitish va o'rganishda muhim ahamiyatga ega. Aniqmas integralni tushunish, matematik fikrlashni rivojlantirishda va murakkab masalalarni hal qilishda muhim vosita hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. T.So’fiyev “Maktabda matematik analiz elementlari”. Toshkent. “O’qituvchi” 1983.

2. Axlimirzayev A., Abdullayeva N. “Umumiy o’rta ta’lim maktablarida matematik analiz elementlarini o’qitish bo’yicha ba’zi bir mulohazalar”. “Innovatsiya: Fan, ta’lim, texnologiya” ilmiy-uslubiy maqolalar to’plami, Andijon, 2020 yil, 1-son, 7-12-betlar.

3. Rasulov N.P., Safarov I.I., Muxitdinov R.T. Oliy matematika. Toshkent, 2012.

i

s “O’qituvchi”, 1984. 606-b.

k 5. "Mathematical Analysis" - Tom M. Apostol, 1974.

u

n

o

v

N

.

S

.

D

i

f

f

e

r

e

n

s