TRIGONAMETRIK TENGLAMALAR

Botiraliyev Umidjon
Andijon davlat universiteti
Matematika va mexanika fakulteti
Matematika yo'nalishi 4M2-guruh talabasi

Annotatsiya: *Trigonametrik tenglamalar matematikada trigonometriya funksiyalarining o'zaro munosabatlarini ifodalovchi tenglamalardir. Bu tenglamalar asosan sinus, kosinus, tangens, kotangens, kabi trigonometriya funksiyalaridan foydalanadi. Trigonametrik tenglamalarni hal qilish nafaqat matematikada, balki fizikada, muhandislikda, astronomiyada va boshqa fan sohalarida ham keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada trigonametrik tenglamalar, ularning turli xil turlari va ularni qanday hal qilish usullari haqida so'z yuritiladi.*

Kalit so'zlar: *trigonametriya, sinus, kosinus, tangens, kotangens, ,ildiz.*

Trigonametrik tenglamalar matematikada trigonametriya bo'liming muhim qismi hisoblanadi. Ular burchaklar va trigonametriya funksiyalari o'rtasidagi munosabatlarni ifodalaydi, shu orqali murakkab geometric va fizik masalalar hal qilinadi. Trigonametrik tenglamalar ko'pincha sinus, kosinus, tangens, kotangens kabi funksiyalarni o'z ichiga oladi. Trigonametrik tenglamalarni o'rganish, nafaqat matematikani chuqur tushunishga yordam beradi, balki ular yordamida turli sohalarda muammolarni hal qilishga yordam beradi.

1.Eng sodda trigonametrik tenglamalar

Davriy funksiyalar bilan tavsiflanadigan jarayonlar qachon qanday qiymat qabul qilishini bilish muhim ahamiyatga ega. Buning uchun davriy funksiyalar qatnashgan

$$sinx = a, \qquad cosx = a, \qquad tgx = a, \qquad ctgx = a$$

Ko'rinishdagi eng sodda trigonametrik tenglamalarni yechishni bilish zarur bo'ladi.

Eng sodda trigonametrik tenglamalarni yechishni o'rganish uchun:

1) tenglama tushunchasini;

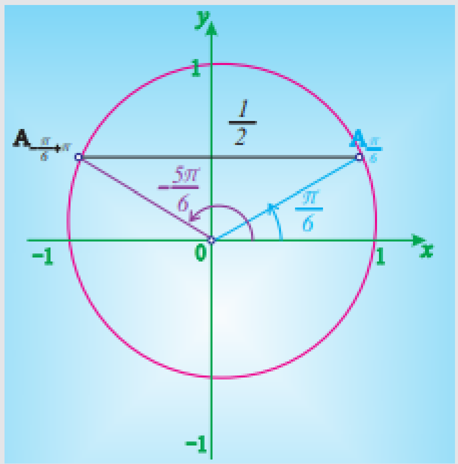
2) tenglamaning ildizi tushunchasini; ildizlar to'plami yechim deb atalishini;

3) trigonametrik funksiyalar davriy ekanligidan trigonametrik tenglamaning ildizlari cheksiz ko'p bo'lishini;

4) topilgan cheksiz ko'p ildizlarni umumlashtirib qisqa formulalar orqali yoza olishni (bunda har bir k butun son uchun $n=2k$ ifoda juft sonini, $n=2k+1$ ifoda esa toq sonni anglatishini) bilish talab etiladi.

1-misol. $sinx = \frac{1}{2}$ tenglamani yeching.

1-rasm



Yechish. Ma'lumki, $sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ bo'ladi. $sinx = \frac{1}{2}$ tenglik x ning $\frac{5\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + \pi$ qiymatida ham bajariladi (1-rasm).

Sinus davriy funksiya bo'lganligidan har qanday k butun son uchun

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

yoki

$$x = \left(-\frac{\pi}{6} + \pi\right) + 2\pi k = -\frac{\pi}{6} + (2k+1)\pi$$

bo'lganda ham $sinx = \frac{1}{2}$ (2-rasm).

Bu ikkita tenglikni quyidagicha umumlashtirish mumkin:

$$x = (-1)^n\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z.$$

ISSN 3060-4567

Haqiqatdan ham, n juft, ya'ni $n = 2k$ bo'lsa, u holda

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

tenglikka; n toq, ya'ni $n = 2k + 1$ bo'lsa,

$$x = -\frac{\pi}{6} + (2k + 1)\pi$$

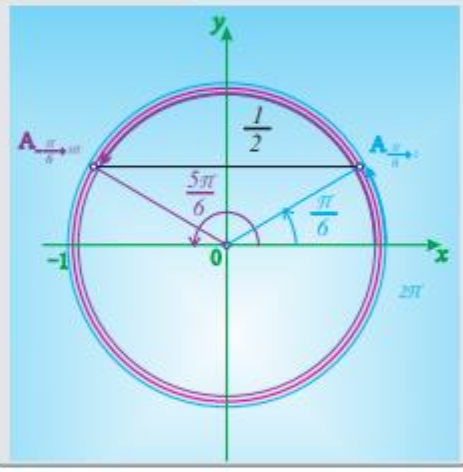
tenglikka ega bo'lamiz. Shunday qilib,

$sinx = \frac{1}{2}$ tenglik x ning

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z.$$

qiymatlarida bajarilar ekan.

2-rasm



2. $sinx = a$ ko'rinishdagi tenglamalar

Ushbu ko'rinishdagi tenglamalarni yechishda $a > 1$ yoki $a < -1$ bo'lsa tenglama yechimga ega bo'lmaydi. Chunki bizga ma'lumki $y = sinx$ funksiyaning qiymatlar sohasi $[-1; 1]$ intervaldan iborat. Shuning uchun bunday hollarda $sinx = a$ tenglamaning yechimi bo'sh to'plam $\emptyset$ dan iborat degan javob yoziladi;

$-1 \leq a \leq 1$ bo'lsa, u holda $sinx = a$ tenglamaning umumiy yechimi

$$x = (-1)^n arcsina + \pi n, \ \ n \in Z.$$

ko'rinishda bo'ladi.

Ayrim xususiy hollarini keltirib o'tamiz:

$sinx = -1$ tenglamaning yechimi x erkli o'zgaruvchining

$$x = -\frac{\pi}{2} + \pi n, \ \ n \in Z.$$

qiymatlaridan iborat.

$sinx = 0$ tenglamaning yechimi x erkli o'zgaruvchining

$$x = \pi n, \ \ n \in Z.$$

qiymatlaridan iborat.

$sinx = 1$ tenglamaning yechimi x erkli o'zgaruvchining

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in Z.$$

qiymatlaridan iborat.

Misol. $sin\frac{x}{3} = -1$ tenglamaning yechimi x erkli o'zgaruvchining

$$\frac{x}{3} = -\frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in Z.$$

$$x = -\frac{3\pi}{2} + 3\pi n, \quad n \in Z.$$

qiymatlaridan iborat.

3. $cosx = a$ ko'rinishdagi tenglamalar

Bu ko'rinishdagi tenglamalar ham yuqorida keltirilgan $sinx = a$ ko'rinishdagi tenglamalar qanoatlantiradigan shartlar ostidagina yechimga ega bo'ladi. Ya'ni, $a > 1$ yoki $a < -1$ bo'lsa tenglama yechimga ega bo'lmaydi. Chunki bizga ma'lumki $y = cosx$ funksiyaning qiymatlar sohasi $[-1; 1]$ intervaldan iborat. Shuning uchun bunday hollarda $cosx = a$ tenglamaning yechimi bo'sh to'plam $\emptyset$ dan iborat degan javob yoziladi;

2-misol. Ushbu tenglamani yeching.

$$cosx = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Yechish. $cos\frac{\pi}{4} = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ bo'lishi ma'lum (3-rasm). Kosinus davriy funksiya bo’lganligidan har qanday n butun son uchun

$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$ yoki $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$

bo’lganda ham $cosx = \frac{\sqrt{2}}{2}$ bo’ladi.

Bu ikkala tenglikni umumlashtirib quyidagicha yozishimiz mumkin:

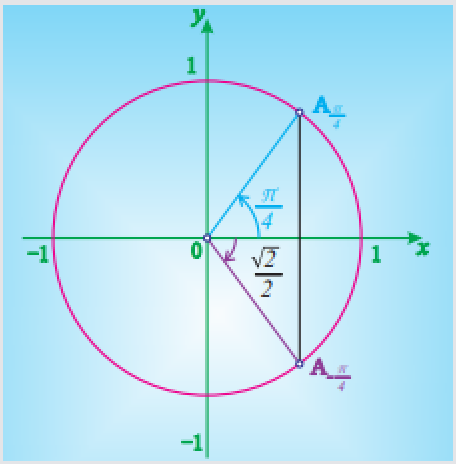
$$x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, \ \ n \in Z$$

$cosx = a$ ko’rinishdagi tenglama $-1 \leq a \leq 1$ bo’lganda, umumiy yechimi quyidagi ko’rinishda bo’ladi:

$$x = \pm arccosa + 2\pi n, \ \ n \in Z$$

bo’ladi.

3-rasm



Quyidagi xususiy hollarni ko’rib chiqamiz:

$cosx = -1$ tenglamaning yechimi x erkli o’zgaruvchining

$$x = \pi + \pi n, \ \ n \in Z.$$

qiymatlaridan iborat.

$cosx = 0$ tenglamaning yechimi x erkli o’zgaruvchining

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \ \ n \in Z.$$

qiymatlaridan iborat.

$cosx = 1$ tenglamaning yechimi x erkli o’zgaruvchining

$$x = 2\pi n, \quad n \in Z.$$

qiymatlaridan iborat.

4. $tgx = a$ ko'rinishdagi tenglamalar

Har bir n butun son uchun x erkli o'zgaruvchining

$$x = arctga + \pi n$$

qiymati $tgx = a$ tenglamaning ildizi bo'ladi. Bu holda yechim

$$x = arctga + \pi n, \qquad n \in Z.$$

ko'rinishda bo'ladi.

Xususiy hollar:

$tgx = -1$ tenglamaning yechimi x erkli o'zgaruvchining

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, \qquad n \in Z.$$

qiymatlardan iborat.

$tgx = 0$ tenglamaning yechimi

$x = \pi n,\ n \in Z$. Iborat

$tgx = 1$ tenglamaning yechimi

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \qquad n \in Z. \ \text{bo'ladi.}$$

5. $ctgx = a$ ko'rinishdagi tenglamalar

Har bir n butun son uchun x erkli o'zgaruvchining

$$x = arcctga + \pi n$$

qiymati $tgx = a$ tenglamaning ildizi bo'ladi. Bu holda yechim

$$x = arcctga + \pi n, \qquad n \in Z.$$

ko'rinishda bo'ladi.

Xususiy hollar:

1) $ctgx = -1$ tenglamaning yechimi x erkli o'zgaruvchining

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, \qquad n \in Z.$$

qiymatlardan iborat.

2) $ctgx = 0$ tenglamaning yechimi

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z.$ Iborat

3) $ctgx = 1$ tenglamaning yechimi

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \qquad n \in Z.$$

bo'ladi.

Xulosa:

Trigonametrik tenglamalar matematikada muhim o'rin tutadi va ular ko'plab sohalarda qo'llaniladi. Trigonametrik tenglamalarni yechishda identifikatsiyalar, algebraik manipulyatsiyalar va grafik usullar yordamida aniq va to'g'ri yechimlarni olish mumkin. Har bir tenglama turiga mos usullarni qo'llash, matematikani yanada samarali va intuitiv tarzda o'rganish imkonini beradi.

ADABIYOTLAR:

1. Nishonov T.S. Professional approach to teaching of elements of probability theory for students of economics. Наука и образование сегодня № 12 (59), 2020. 85-87 pp.

2. Ахлимирзаев А., Нишонов Т.С. Роль и значение практическо-профессионального подхода обучения теории вероятностей и математической статистики в подготовке будущих экономистов // Universum: психология и образование : электрон. научн. журн. 2021. 2(80). 12-17 с.

4. Sh.O. Alimov va boshqalar.. "Algebra" 9-sinf uchun darslik.-T.: "O'qituvchi" nashriyot matbaa ijodiy uyi, 2009-yil.

5.Adilbek Zaitov va boshqalar.. 10-sinf Algebra va analiz asoslari [Matn]: darslik / – Toshkent: Respublika ta'lim markazi, 2022-yil. – 192 b.

6. В.С. Крамор. "Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа". - Москва: «Просвещение», 1990 г.