ARIFMETIK PROGRESSIYA

Asqarova Shahnoza

Andijon davlat universiteti

Matematika va mexanika fakulteti

Matematika yo'nalishi 4M2-guruh talabasi

Annotatsiya: *Matematika ta'limida "progressiya" tushunchasi muhim o'rin tutadi. Progressiya — bu sonlar ketma-ketligidir, unda har bir element (son) oldingi elementga nisbatan ma'lum bir munosabat asosida o'zgaradi. Maktabda o'rganiladigan progressiyalar odatda arifmetik va geometrikga bo'linadi. Ushbu maqolada progressiyalar mavzusining ta'limdagi o'rni, arifmetik progressiyaning asosiy xususiyatlari va ularni amaliyotda qo'llash usullari haqida so'z yuritamiz.*

Kalit so'zlar: *sonli ketma-ketliklar, progressiya, arifmetik progressiya, progressiya ayirmasi, progressiya yig'indisi.*

Kundalik turmush tarzimizda turli xil buyumlarning joylashish tartibini belgilash uchun ularni nomerlashdan foydalaniladi. Masalan, har bir ko'chada joylashgam uylar nomerlanadi. Bu kabi misollarni ko'plab keltirish mumkin.

Masala. Talaba yakuniy nazorat imtixoniga tayyorgarlik ko'rish uchun, har kuni 5 ta sinov masalalarini yechishni rejalashtirdi. Har bir kun yechishni rejalashtirgan masalalarning soni qanday o'zgarib boradi?

Rejalashtirgan masalalar soni har bir kunga kelib quyidagicha o'zgarib boradi:

1- kun : 5 ta , 2- kun : 10 ta, 3-kun: 15 ta, 4-kun: 20 ta, ...

Natijada quyidagi ketma-ketlikni hosil qilamiz:

5,10,15,20,...

a_n orqali n-kunga kelib yechiladigan masalalar sonini belgilaylik. Masalan,

a_1=5, a_2=10, a_3=15, ...

Hosil qilingan

a_1,a_2, a_3,…, a_n, …

Sonlar sonli *ketma-ketlik* deb ataladi.

Bu ketma-ketlikda ikkinchisidan boshlab uning har bir hadi oldingi hadga ayni bir xil 5 sonini qo'shish natijasiga teng. Bunday ketma- ketlik *arifmetik progressiya* deyiladi. Yoki

Arifmetik progressiya – bu har bir element oldingi elementga nisbatan bir xil son bilan qo‘shilish orqali hosil bo‘lgan sonlar ketma-ketligidir.

Ta'rif. Agar a_1,a_2, a_3,…, a_n, … sonli ketma-ketlikda barcha natural *n* lar uchun

$$a_{n+1} = a_n + d$$

(bunda $d -$ biror son) tenglik bajarilsa, bunday ketma-ketlik arifmetik progressiya deyiladi.

Bu formuladan

$$a_{n+1} - a_n = d$$

ekanligi kelib chiqadi. d son *arifmetik progressiyaning ayirmasi* deb ataladi. Masalan quyidagi misollarda progressiya ayimasini topamiz:

1) Sonlarning 1,2,3, …, n, … natural qatori arifmetik progressiyani tashkil qiladi. Bu progressiyaning ayirmasi $d = 1$.

2) 4,4,4, …, 4, … ketma-ketlik ayirmasi $d = 0$ bo’lgan arimetik progressiyadan iborat.

1-masala. $a_n = 1{,}9 + 4n$ formula bilan aniqlangan ketma-ketlik arifmetik progressiya bo’lishini isbotlang.

Ushbu masalani isbot qilish uchun $a_{n+1} - a_n$ ayirma barcha n uchun ayni bir xil (n ga bog’liq emas) ekanligini ko’rsatish talab etiladi.

Berilgan ketma-ketlikning (n+1) hadini yozamiz:

$$a_{n+1} = 1{,}9 + 4(n + 1)$$

Shuning uchun

$$a_{n+1} - a_n = 1{,}9 + 4(n + 1) - (1{,}9 + 4n) = 4.$$

Demak, $a_{n+1} - a_n$ ayirma n ga bog'liq emas.

Arifmetik progressiyaning ta'rifiga ko'ra $a_{n+1} = a_n + d,\ a_{n-1} = a_n - d$,

bundan

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1.$$

Shunday qilib, arifmetik progressiyaning ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi unga qo'shni bo'lgan ikkita handing o'rta arifmetigiga teng. "Arifmetik" progressiya degan no ham shu bilan izohlanadi.

Agar a_1 va d berilgan bo'lsa uning qolgan hadlarini $a_{n+1} = a_n + d$ formula bo'yicha hisoblash mumkin. Bu yo'l orqali dastlabki bir nechta hadini toppish oson hisoblanadi. Lekin, masalan, a_{100} hadini toppish bir qancha hisoblashlar talab qiladi. Odatda bu uchun n –hadi formulasidan foydalaniladi.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad (1)$$

Bu formula *arifmetik progressiyaning n-hadi formulasi* deyiladi.

2-masala. Agar $a_1 = -8$ va $d = 4$ bo'lsa, progressiya 100-hadini hisoblang.

(1) Formulaga ko'ra

$$a_{100} = -8 + (100-1) \cdot 4 = 388.$$

3-masala. . Agar arifmetik progressiyada $a_8 = 130$ va $a_{12} = 166$ bo'lsa, n-hadi formulasini toping.

(1) Formuladan foydalanib topamiz:

$$a_8 = a_1 + 7d,$$

$$a_{12} = a_1 + 11d$$

a_8 va a_{12} larning mos qiymatlarini qo'yib, a_1 va d ga nisbatan tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} a_1 + 7d = 130 \\ a_1 + 11d = 166 \end{cases}$$

Ikkinchi tenglamadan birinchi tenglamani ayirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$4d = 36, \qquad d = 9.$$

Demak, $a_1 = 130 - 7d = 130 - 63 = 67.$

Progressiya n-hadi formulasi:

$$a_n = 67 + 9(n-1) = 67 + 9n - 9 = 58 + 9n.$$

Javob: $a_n = 58 + 9n$

Endi arifmetik progressiyaning dastlabki n ta hadining yi'g'indisini topish yo'lini ko'rib chiqamiz.

4-masala. 1 dan 100 gacha bo'lgan barcha natural sonla yig'indisini toping.

Bu yig'indini ikki xil usul bilan yozib olamiz:

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100$$

$$S = 100 + 99 + 98 + \cdots + 2 + 1.$$

Bu tengliklarni hadlab qo'shamiz.

$$2S = 101 + 101 + 101 + \cdots + 101 + 101$$

tenglikni o'ng tomonida 100 ta qo'shiluvchi.

Shuning uchun $2S = 101 \cdot 100$, bunda $S = 101 \cdot 50 = 5050.$

Endi esa ixtiyoriy

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$

Arifmetik progressiyani nta hadi yig'indisi - S_n bo'lsin:

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

Teorema. Arifmetik progressiyaning dastlabki n ta hadi yi'g'indisi quyidagiga teng:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad (2)$$

Isbot. S_n ni ikki xil usulda yozib olamiz:

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1$$

ISSN 3060-4567

Arifmetik progressiyaning ta'rifiga ko'ra, bu tengliklarni quyidagicha yozish mumkin:

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \cdots + (a_1 + (n-1)d), \quad (3)$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \cdots + (a_n + (n-1)d), \quad (4)$$

(3)va (4) tengliklarni hadlab qo'shib chiqamiz:

$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \cdots + (a_1 + a_n)$ – n ta qo'shiluvchi.

Demak, $2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n$, bundan $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

Teorema isbot bo'ldi.

5-masala. Dastlabki n ta natural son yig'indisini toping.

Natural sonlar ketma- ketligi:

$$1,2,3,4,5,6, \ldots, n, \ldots$$

ayirmasi $d = 1$ bo'lgan arifmetik progressiyadir. $a_1 = 1$ va $a_n = n$ bo'lgani uchun (2) formulaga ko'ra quyidagicha topamiz:

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1 + n}{2} \cdot n$$

Shunday qilib,

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

6-masala. Yig'indisi 153 ga teng bo'lishi uchun 1 dan boshlab nechta ketma-ket natural sonlarni qo'shish kerak?

Sonlarning natural qatori ayirmasi $d = 1$ bo'lgan arifmetik progressiyadir. Shartga ko'ra, $a_1 = 1$ va $S_1 = 153$, dastlabki n ta had yig'indisi formulasini quyidagicha o'zgartirib olamiz:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{a_1 + a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Berilganlardan foydalanib, no'malum n ga nisbatan tenglama hosil qilamiz:

$$\frac{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1}{2} \cdot n = 153$$

$$2n + (n-1)n = 306, \qquad n^2 + n - 306 = 0$$

Bu tenglamani yechib, topamiz:

$$n_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 1224}}{2} = \frac{-1 \pm 35}{2},$$

$$n_1 = -18, \qquad n_2 = 17.$$

Qo'shiluvchilar soni manfiy bo'lishi mumkin emas, shuning uchun n=17.

Xulosa

Matematikada progressiyalar — bu o'quvchilarga murakkab hisoblash masalalarini yechishda yordam beradigan muhim vositalardir. Arifmetik va geometrik progressiyalarni o'rganish, o'quvchilarga bilimlarni mustahkamlash va amaliyotda qo'llash imkoniyatini beradi. Bu mavzu nafaqat matematika fanini chuqur o'rganishga, balki kundalik hayotdagi masalalarni hal qilishga ham yordam beradi. Maktabda progressiyalarni o'rganish o'quvchilarda mantiqiy fikrlash va analitik qobiliyatlarni rivojlantiradi.

ADABIYOTLAR:

1. Nishonov T.S. Professional approach to teaching of elements of probability theory for students of economics. Наука и образование сегодня № 12 (59), 2020. 85-87 pp.

2. Ахлимирзаев А., Нишонов Т.С. Роль и значение практическо-профессионального подхода обучения теории вероятностей и математической статистики в подготовке будущих экономистов // Universum: психология и образование : электрон. научн. журн. 2021. 2(80). 12-17 с.

4. Sh.O. Alimov va boshqalar.. "Algebra" 9-sinf uchun darslik.-T.: "O'qituvchi" nashriyot matbaa ijodiy uyi, 2019-yil.

5.Adilbek Zaitov va boshqalar.. 10-sinf Algebra va analiz asoslari [Matn]: darslik / – Toshkent: Respublika ta'lim markazi, 2022-yil. – 192 b.

6. B.C. Крамор. "Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа". - Москва: «Просвещение», 1990 г.