

KVADRAT FUNKSIYANI O'RGANISHDA GEOMETRIYANING O'RNI

G'ofurjonova Manzura

Andijon davlat universiteti

Matematika va mexanika fakulteti

Matematika yo'nalishi 4M2-guruh talabasi

Annotatsiya: *Kvadrat funksiyalar matematika va geometriyaning ajralmas qismi sifatida turli sohalarda keng qo'llaniladi. Geometriya nuqtai nazaridan, kvadrat funksiyani o'rganish uning xususiyatlarini chuqurroq tushunishga yordam beradi, chunki parabola shaklidagi grafigi turli geometrik elementlar, masalan, simmetriya chizig'i, maksimum yoki minimum nuqtasi va kesish nuqtalari bilan bevosita bog'liqdir. Kvadrat funksiyaning grafigi orqali ularning o'zgarishi, masalan, parametrlarning o'zgarishi, geometrik xususiyatlarga qanday ta'sir ko'rsatishi haqida aniq tasavvur hosil qilish mumkin. Ushbu maqolada kvadrat funksiyalarni geometriya nuqtai nazaridan tahlil qilish, uning asosiy xususiyatlari va geometrik shakllari bilan tanishish imkoniyatlarini, kvadratik funksiya ishtirokidagi masalani algebraik va geometrik usullar yordamida yechish muhokama qilinadi*

Kalit so'zlar: *koordinata, doira, yuza, tengsizlik, xossa, nuqta, tekislik, kvadrat funksiya, algebraik usul, geometrik usul.*

Greklarni matematiklari geometriya bilan shug'ullanib, konus kesimlarni o'rganishda parabolaga duch keldilar. Agar konus o'z yasovchisiga parallel tekislik bilan kesilsa, kesimda parabola hosil bo'ladi. Biror jism parabola bo'ylab harakatlanishi mumkin. Masalan, koptok parabola bo'yicha savatchaga tashlanadi, fantandan otilyotan suv trayektoriyasi parabolaga yaqin chiziqni eslatadi. Har bir aedrom atrofida parabolik antenani ko'rish mumkin. Ulardan

samolyotdan koyayotgan radiolokator signallarini bitta nuqtada jamlash uchun foydalanadiladi.

O'quvchi oldiga quyidagi savollarning qo'yilishi tabiiy: $y = ax^2$ algebraing qo'yilishi grafigi (geometriya elementi) orasida qanday bog'liqlik bor? Parabolani yasash uchun qanday qulay imkoniyatlar mavjud? Bu savolga simmetriya, siljitish, siqish, parallel ko'chirish nomi bilan ataluvchi geometrik usullar yordam beradi. Xususan, Ox o'qiga nisbatan simmetriya grafik yotgan yarim tekislikni qarama-qarshisiga almashtiradi. Bunda funksiyaning ishorasi qarama-qarshisiga o'zgaradi; kamayish oralig'i o'sish oralig'iga o'tadi va aksincha; ikkinchidan, funksiyaning eng kichik qiymati kattasiga almashadi. Bundan tashqari $y = ax^2$ parabolani Oy o'qi bo'ylab siljitsak, unda yangi $y = ax^2 + q$ parabola hosil bo'ladi, bu yerda q parabola uchining ordinatasi; agar parabola yuqoriga siljisa q musbat, agar pastga siljisa manfiy bo'ladi shuningdek, $y = ax^2$ parabolani Ox o'qi bo'ylab siljitsak, unda yangi $y = a(x + p)^2$ parabola hosil bo'ladi, bu yerda p parabola uchi absissasiga qarama-qarshi son; agar parabola chapga siljisa p musbat, agar o'ngga siljisa manfiy bo'ladi. Umuman, $y = ax^2$ paraboladan quyidagi ikkita parallel ko'chirish yordamida $y = a(x + p)^2 + q$ formula bilan berilgan funksiyaning grafigini hosil qilish mumkin: 1) Ox o'qi bo'ylab p sonning ishorasiga bog'liq holdap birlik chapga yoki o'ngga parallel ko'chirish; 2) Oy o'qi bo'ylab q sonning ishorasiga bog'liq holda q birlik yuqoriga yoki pastga parallel ko'chirish. Ma'lumki, $y = a(x + p)^2 + q$ parabolaning uchi $(-p; q)$, $y = ax^2 + bx + c$ parabolaning uchi a , b va c sonlari orqali $x = -\frac{b}{2a}$ topiladi.

1-masala. Koptok 3 metr balandlikdan 9m/s tezlik bilan tik yuqoriga qarab

harakatga keltirildi.
Koptok necha metr balandlikdan ko'tarilgan va u qachon yerga tushgan?

Yechish. Fizika kursida ma'lumki koptok ko'tarilgan h balandlik t uchish vaqtining kvadrat funksiyasi boladi. U

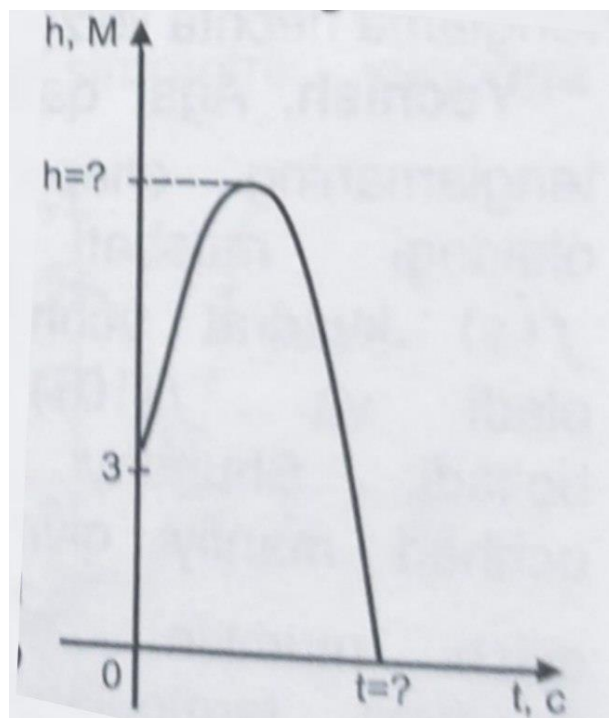
$$h = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$$

formula bo'yich hisoblanadi. Bu formulaga v_0 va h_0 ning qiymatlarini qo'yib ($g=9,8\text{m}/\text{sek}^2$)

$h=-4,9t^2+91+3$ ga ega bo'lamiz. h funksiyaning grafigi rasmda ko'rsatilgan. h funksiyaning eng katta qiymatini topish uchun parabola uchining koordinatalarini topamiz: ($g=9,8\text{m}/\text{sek}^2$)

$$h=-4,9t^2+91+3.$$

Shunday qilib, koptok ko'tarilgan maksimal balandlik 7,1 metga teng. Bu koptok tashlangandan



0,9 sekund o'tgach yuz berdi. Koptokning qachon yerga tushishini bilish uchun

$h = 0$ da $-4,9t^2 + 91 + 3 = 0$ tenglamani yechamiz. Bundan $t_1 \approx 2,1$ va $t_2 = 0,3$ ni topamiz. Masala shartini faqat musbat ildiz qanoatlantiradi. Demak, koptok uchirilgandan 2 sekund o'tgach yerga tushgan.

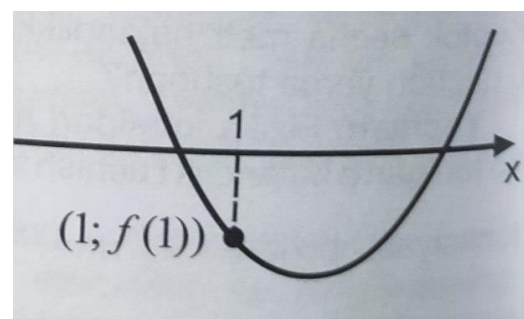
O'quvchi agar kvadrat uchhad ikkita ildizga ega bo'lsa, unda ildizlar orasidagi oraliqda va ildizlar tashqarisidagi oraliqda uning qiymati turli ishorali bo'lishini yoddan chiqarmasligi kerak. Biz yuqorida qayd etgan geometrik almashtirish usullarini aniq misollarda qo'llaymiz.

2-masala. $1716x^2 - 5321x + 3248 = 0$ tenglama ildizga egami?

Yechish. Masalaning diskriminantini hisoblab, ildizlarini topish noqulay. Lekin $D > 0$ bo'lgani uchun tenglamaning ikkita ildizga ega bo'lishi ma'lum bo'ladi. $f(x) = 1716x^2 - 5321x + 3248$ funksiyaning grafigi tarmoqlari yuqoriga qaragan parabola. x ga biror son qo'ysak, masalan, $x = 1$ da $f(1) < 0$. Bu parabolaning Ox o'qidan pastga tushishidan dalolat beradi, demak, berilgan tenglama ikkita ildizga ega.

3-masala. $(x-100)(x-101) + (x-101)(x-102) + (x-102)(x-100) = 0$ tenglama nechta ildizga ega?

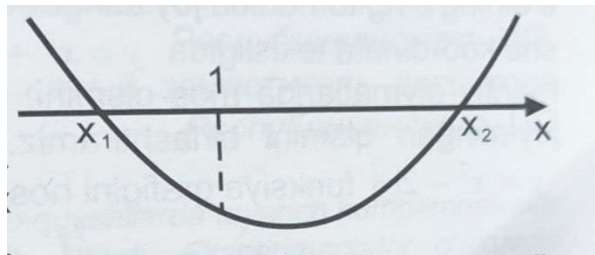
Yechish. Agar qavslarni ochsak, tenglamaning chap tomoni x^2 oldidagi musbat koeffitsiyentli $f(x)$ kvadrat uchhad ko'rinishini oladi va bo'ladi. $f(101) < 0$ ma'lum Shunday qilib, $f(x)$ uchhad manfiy qiymatlarni qabul qilishi mumkin. x^2 oldidagi koeffitsiyent musbat, unda parabola tarmoqlari yuqoriga qaragan. Demak, parabola



x o'qini ikkita nuqtada kesadi, ya'ni tenglama ikkita ildizga ega bo'ladi.

4-masala. $52x^2-70x+15=0$ tenglamaning ildizlaridan biri 1 dan katta, ikkinchisi esa 1 dan kichik ekanligini isbotlang.

Isbot. Isbotlash uchun 1 sonini berilgan tenglama ildizlari orasida yotoshini ko'rsatish kerak bo'ladi. $f(x) = 52x^2-70x+15$ funksiyani tuzamiz va $f(1) < 0$ ma'lum bo'ladi. $y = f(x)$ unksiyaning

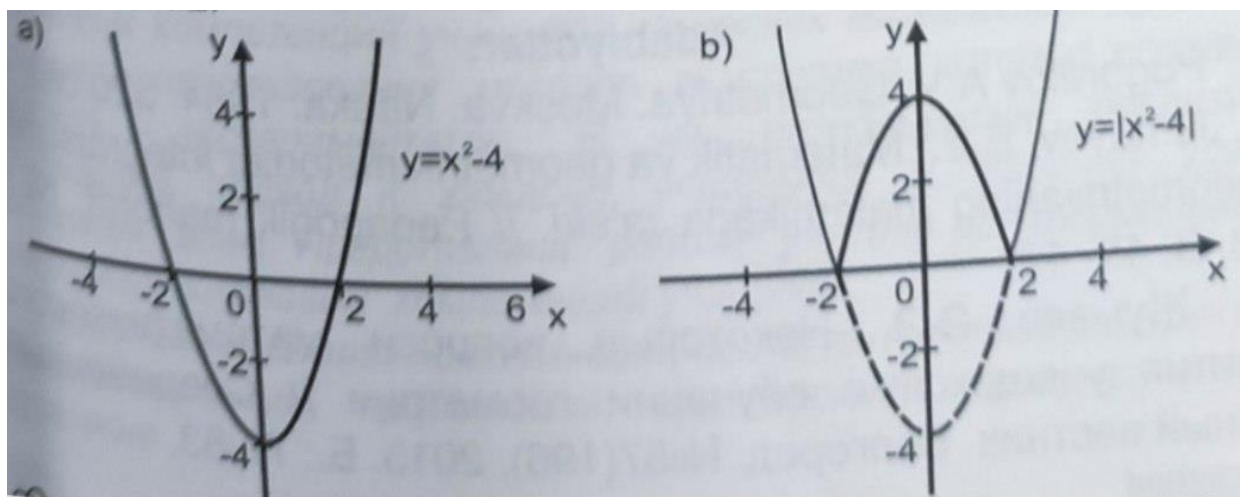


grafigi bo'lgan parabola tarmoqlari yuqoriga qaragan va ma'lum qismi Ox o'qidan pastda joylashgan. Bu funksiya ildizlar orasidagi oraliqda manfiy qiymatlarni qabul qiladi, Bu chunki $f(1) < 0$, demak $x_1 < 1 < x_2$.

To'g'ri chiziq, parabola va giperbolaning standart tenglamalarida modul belgisi qatnashsa, ularning geometrik tasviri oddiy bo'lmasada chiroyli ma'no kasb etadi. Bunday geometrik tasvirni yasash uchun, ular uchun asosiy manba bo'ladigan shakllarni va modulning xususiyatlarini yetarlicha bilish talab etiladi.

5-masala. $y = |x^2 - 4|$ funksiya grafigini yasang.

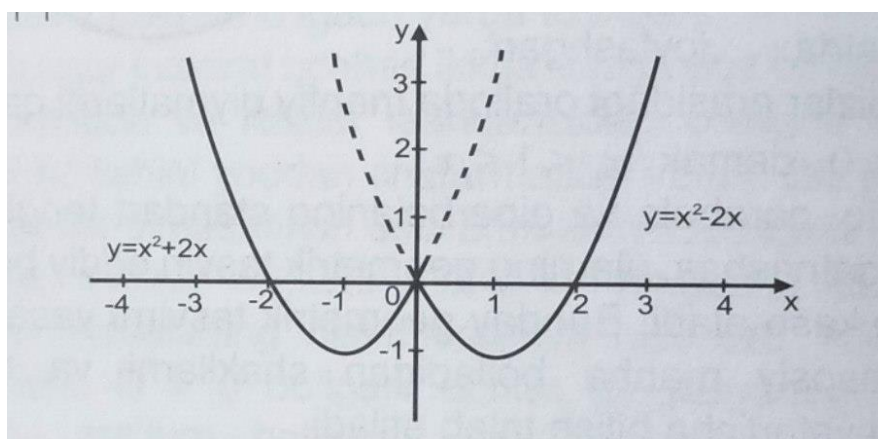
Yasash. Avval $y = x^2 - 4$ parabolani yasaymiz. Undan $y = |x^2 - 4|$ funksiyaning grafigini hosil qilish uchun parabolaning manfiy ordinatali har bir nuqtasini shu absissali musbat ordinatali nuqtaga almashtiramiz, ya'ni parabolaning Ox o'qidan pastda joylashgan bo'lagini Ox o'qiga nisbatan simmetrik yuqoriga almashtiramiz.



6-masala. $y = x^2 - 2|x|$ funksiya grafigini yasang.

Yasash. Modul ta'rifiga ko'ra, agar $x \geq 0$ bo'lsa, unda $y = x^2 - 2x$; agar $x < 0$ bo'lsa, unda $y = x^2 - 2(-x) = x^2 + 2x$ bo'ladi. $y = x^2 - 2x$ parabolani yasaymiz va x ning manfiy qiymatlariga mos qismini, ya'ni y o'qining o'ng tomonida joylashgan qismini birlashtiramiz. Ikkinchidan, shu koordinata tekisligida $y = x^2 + 2x$ parabolani yasaymiz va x ning manfiy qiymatlariga mos qismini, ya'ni Oy o'qining chap tomonida joylashgan qismini birlashtiramiz. Parabola qismlarini birlashtirib

$y = x^2 - 2|x|$ funksiya grafigini hosil qilamiz.



Xulosa qilib aytganda masalaga bunday yondashuv yoshlarni umuminsoniy qadriyatlarga asoslangan shaxsiy va kasbiy fazilatlarini shakllantirish, fanlarga qiziqishni oshirish, rivojlantirish, izlanish, tadbirkorlik, ishbilarmonlik ko'nikmalarini tarkib toptirishga yordam beradi. Shuni e'tirof etish

joizki, 2015-yilning 18-iyunida AQSHda A.Eynshteynning maktublari kim oshdi savdosiga qo'yildi va 420 mln. dollorga baholandi. Ana shu maktublarning birida A.Eynshteyn o'z o'g'lining geometriyani o'rganishga undagani bayon etilgan.

ADABIYOTLAR:

1. Nishonov T.S. Professional approach to teaching of elements of probability theory for students of economics. Наука и образование сегодня № 12 (59), 2020. 85-87 pp.
2. Ахлимирзаев А., Нишонов Т.С. Роль и значение практическо-профессионального подхода обучения теории вероятностей и математической статистики в подготовке будущих экономистов // Universum: психология и образование : электрон. научн. журн. 2021. 2(80). 12-17 с.
3. Sh.O. Alimov va boshqalar.. “Algebra” 9-sinf uchun darslik.-T.: “O’qituvchi” nashriyot matbaa ijodiy uyi, 2009-yil.
4. Adilbek Zaitov va boshqalar.. 10-sinf Algebra va analiz asoslari [Matn]: darslik / – Toshkent: Respublika ta’lim markazi, 2022-yil. – 192 b.
5. Pogorelov A.V. Geometriya. Moskva. Nauka. 1984. 320 bet.
6. Jumayev E.E. Matematik va geometrik metodlar integratsiyasi va geometriyaning matematikaga ta'siri. // Pedagogik mahorat. № 1, 2013. B.45-49.
7. Jumaev E.E. Geometriyani o'qitishda talabalar rivojlanishining ba'zi masalalari // Zamonaviy ilmiy xabarnoma. Belgorod. № 57(196), 2013.B.: 77-83.