# BIR NOMA'LUMLI TENGSIZLIKLAR VA ULARNING TENG KUCHLILIGI

***Ergashev Akmal Panjiyevich** – O‘zbekiston Respublikasi Ichki ishlar vazirligi Qashqadaryo akademik litseyi matematika fani o‘qituvchisi*

***Annotatsiya:** ushbu maqolada akademik litseylarda o‘qiydigan o‘quvchilarga bir noma'lumli tengsizliklar va ularning teng kuchliligi yordamida tengsizlikni hisoblashni raqamli texnologiyalar yordamida o‘qitishni joriy etish orqali ta’lim sifatini oshirish, matematik tasavvur, mantiqiy fikirlash haqida so‘z yuritilgan.*

***Kalit so’zlar:** bir noma'lumli tengsizliklar, bir noma'lumli tengsizlikning yechimi, uning barcha xususiy yechimlari to'plami, aniqlanish sohasi, qiymatlar to'plami, teng kuchli tengsizliklar, ayniy almashtirishlar, tranzitivlik xossasi, birinchi darajali bir noma’lumli chiziqli algebraik tengsizliklar.*

## 1. Bir noma'lumli tengsizliklar haqida asosiy tushunchalar.

**1-ta'rif.** *Ushbu* $f(x)>\varphi(x)$, $f(x)\geq\varphi(x)$, $f(x)<\varphi(x)$. $f(x)\leq\varphi(x)$ *ko'rimshdag i tengsizliklar **bir noma'lumli tengsizliklar** deb ataladi.*

Bu yerda $f(x)$ va $\varphi(x)$ $-x$ o'zgaruvchining funksiyalari bo'lib, ulardan birortasi o'zgarmas son bo'lishi ham mumkin. Agar $f(x)$ va $\varphi$(x) funksiyalar algebraic ifodalar bo'lsa, bunday holda tengsizliklar algebraic tengsizliklar deyiladi. Masalan, $3x^2+7x+5\geq 9$, $3x<6x-13$, $\sqrt{x^2-1}<5x$ algebraik tengsizliklardir.

$x$ noma'lumning berilgan tengsizlikni qanoatlantiradigan qiymati *bir noma'lumli tengsizlikning yechimi* deyiladi.

Masalan, $x^2-5x<-6$ tengsizlik $x$ noma’lumning $x=2{,}5$ qiymatida to’g’ri tengsizlikka, $x=4$ bo’lganda esa noto’g’ri tengsizlikka aylanadi. $x=4$

soni uning yechimi bo’lmaydi. Bir noma'lumli tengsizlikning yechimlari deb, uning barcha xususiy yechimlari to'plamiga aytiladi.

$f(x)>\varphi(x)$ tengsizlikning aniqlanish sohasi deb yoki noma'lumga berish mumkin bo'lgan qiymatlar to'plami deb, $x$ ning $f(x)$ va $\varphi(x)$ ifodalar aniqlangan qiymatlar to'plamiga aytiladi. Boshqa so'z bilan aytganda $f(x)>\varphi(x)$ tengsizlikning aniqlanish sohasi $f(x)$ va $\varphi(x)$ ifodalar aniqlanish sohalarining umumiy qismiga aytiladi.

**2.Teng kuchli tengsizliklar va teng kuchli tengsizliklar haqida asosiy teoremalar.**

Bizga ikkita bir noma'lumli tengsizlik berilgan bo'lsin:

$f(x)>\varphi(x)$ (1) va $f_1(x)>\varphi_1(x)$ (2)

(2) tengsizlik (1) tengsizlikdan ba'zi bir almashtirishlardan keyin olingan bo'lishi mumkin. Agar (1) tengsizlikning barcha yechimlari (2) tengsizlikning yechimlari bo'lsa, bunday holda (2) tengsizlik (1) tengsizlikning natijasi deyiladi. Qisqacha (1) => (2) ko'rinishda yoziladi. Agar (1) tengsizlikning har bir yechimi (2) tengsizlikning yechimi, aksincha, (2) tengsizlikning har bir yechimi (1) tengsizlikning yechimi bo'lsa, u holda (1) va (2) tengsizliklar teng kuchli deyiladi. Qisqacha (1) <=>(2) ko'rinishda yoziladi.

**1- teorema.** *Agar tengsizlikning aniqlanish sohasida uning chap va o'ng qismlarida ayniy almashtirishlar qilsak, u holda berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi, ya'ni aniqlanish sohasi D dan iborat bo'lgan* (1) *tengsizlik berilgan bo'lib, uni ayniy almashtirishdan hosil bo'lgan* (2) *tengsizlikning ham aniqlanish sohasi D dan iborat bo'lsa, bu* (2) *tengsizlik* (1) *tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.*

**2-teorema.** *Agar tengsizlikning har ikkala qismiga bir xil son va noma'lumning qiymatlar sohasida aniqlangan bir xil ifoda qo'shilsa, berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi, ya'ni aniqlanish sohasi D dan iborat bo'lgan* $f(x)>p(x)$ *tengsizlik berilgan bo'lib,* $m(x)$ *esa son yoki x ning D sohasidan olingan qiymatlarida aniqlangan ifoda bo'lsa, u holda* $f(x)+m(x)>(p(x)+m(x)$ *tengsizlik berilgan tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.*

ISSN 3060-4567

Natija. Tengsizlikning istalgan hadini uning bir qismidan ikkinchi qismiga qarama-qarshi ishora bilan olib o'tish mumkin.

**3-teorema.** *Agar tengsizlikning har ikkala qismi musbat songa yoki noma'lumning barcha mumkin bo'lgan qiymatlarida musbat qiymatlarni qabul qiluvchi ifodaga ko'paytirilsa, berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.*

**4-teorema.** *Agar tengsizlikning har ikkala qismini manfiy songa yoki noma'lumning barcha mumkin bo'lgan qiymatlarida manfiy qiymatlar qabul qiluvchi ifodaga ko'paytirilsa, berilgan tengsizlikka qarama-qarshi ma'nodagi teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi, ya'ni agar* $f(x)>\varphi(x)$ *tengsizlik berilgan bo'lib,* $m(x)$ *esa manfiy son yoki x noma'lumning barcha mumkin bo'lgan qiymatlarida manfiy qiymatlar qabul qiladigan ifoda bo'lsa, u holda* $f(x)\ m(x)<\varphi(x)\ m(x)$ *tengsizlik berilgan tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.*

**5-teorema.**

a) $\frac{f(x)}{\varphi(x)}\rangle 0$ *tengsizlik* $\varphi\neq 0$ *bo'lganda* $f(x)\ \varphi(x) > 0$ *tengsizlikka teng kuchli bo'ladi;*

b) $\frac{f(x)}{\varphi(x)}\langle 0$ *tengsizlik esa* $\varphi\neq 0$ *bo'lganda* $f(x)\ \varphi(x)< 0$ *tengsizlikka teng kuchlidir.*

**6-teorema (teng kuchli tengsizliklarning tranzitivlik xossasi haqida).**

*Ushbu* $f_2(x)>\varphi_2(x)$ (4) *tengsizlik berilgan bo'lsin. Agar* (1) *tengsizlik* (2) *tengsizlikka,* (2) *tengsizlik esa* (4) *tengsizlikka teng kuchli bo'lsa, u holda* (1) *tengsizlik* (4) *tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.*

Birinchi darajali noma'lum tengsizliklarni yechish.

$$ax+b>0,\quad ax+b<0,\quad ax+b\geq 0,\quad ax+b\leq 0\quad (a\neq 0)$$

(1)

ko'rinishdagi tengsizliklar *birinchi darajali bir noma'lumli chiziqli algebraik tengsizliklar* deyiladi.

Tengsizlikni yechish noma'lumning berilgan tengsizlikni qanoatlantiradigan qiymatlar to'plamini topishdan yoki noma'lumning bunday qiymatlari yo'q ekanini aniqlashdan iboratdir.

1-misol: $5x-7<x+5 \Rightarrow 5x-x<5+7 \Rightarrow 4x<12 \Rightarrow x<3$.

2-misol: $\frac{3-2x}{15} \le \frac{x-2}{3} + \frac{x}{5}$ ni yeching.

Yechish: Tengsizlikning har ikkala tomonini 15 gako'paytiramiz.

$$3-2x \le 5(x-2)+3x \Rightarrow 3-2x \le 5x-10+3x \Rightarrow 10x \ge 13 \Rightarrow x \ge \frac{13}{10}.$$

**ADABIYOTLAR:**

1. *Ш.А. Алимов и др.* Алгебра и начала математического анализа, учебник для 10–11 класса. Учебник для базового и профильного образования, Москва, “Просвещение”, 2016.

2. *А.Н. Колмогоров и др.* Алгебра и начала анализа. Учебное пособие для 10–11 классов. Москва, “Просвещение”, 2018.

3. Алгебра. Учебное пособие для 9–10 классов. Под ред. Н.Я. Виленкина. Москва, “Просвещение”, 2004.

*4. Adilbek Zaitov, Baxtiyor Abdiyev, Kalmurza Sagidullayev* 10-sinf uchun darslik “Algebra va analiz asosolari”, O'z. Res. XTV yangi nashri Toshkent, 2022 .

5. *M.A. Mirzaahmedov, Sh.N. Ismoilov.* 10-sinf uchun “Algebra va analiz asosolari”dan testlar, G‘.G‘ulom NMIU, Toshkent, 2005.

*6. T.A. Azlarov, X. Mansurov*. Matematik analiz asoslari. 3-nashr, “Universitet”, Toshkent, 2005.

*7. M.A. Mirzaahmedov, Sh.N. Ismoilov, A.Q.Amanov* 11-sinf uchun “Algebra va analiz asosolari”dan sinif darsligi , Toshkent, 2018.