ISSN 3060-4567

DEKART KOORDINATALAR SISTEMASINING BA'ZI MASALALARGA TATBIQI

Po'latjonov Muhammadolim

Andijon davlat universiteti

Matematika va mexanika fakulteti

Matematika yo'nalishi 4M2-guruh talabasi

Annotatsiya: *Matematika fanining rivojlanishi bilan turli geometriya masalalarini yechish uchun qulay va samarali usullar ishlab chiqilgan. Bu usullardan biri Dekart koordinatalar tizimi bo'lib, u geometriya va algebra orasidagi bog'liqlikni o'rnatadi. Ushbu tizimni XVII asrda fransuz olimi Rene Dekart ishlab chiqqan bo'lib, bugungi kunda u matematikaning turli sohalarida muhim ahamiyatga ega.Dekart koordinatalar tizimi yordamida geometrik shakllar algebraik tenglamalar orqali tasvirlanadi. Bu esa nafaqat tekislikdagi, balki uch o'lchovli fazodagi masalalarni ham tahlil qilish imkonini beradi. Tizimning asosiy afzalligi shundaki, u grafiklarni qurish, masofalarni hisoblash va shakllar orasidagi bog'liqliklarni aniqlashni sezilarli darajada osonlashtiradi. Ushbu maqolada Dekart koordinatalar sistemasidan foydalanilib, turli geometrik va algebraik masalalarga, jumladan, uchburchak yuzini hisoblash, tengliklarni isbotlash, tenglamalarni yechishga tatbiq qilishda qo'llaniladigan uslubiyati ko'rsatilgan.*

Kalit so'zlar: *To'g'ri burchakli uchburchak, to'g'ri chiziq, piramida, kesma, qavariq to'rtburchak.*

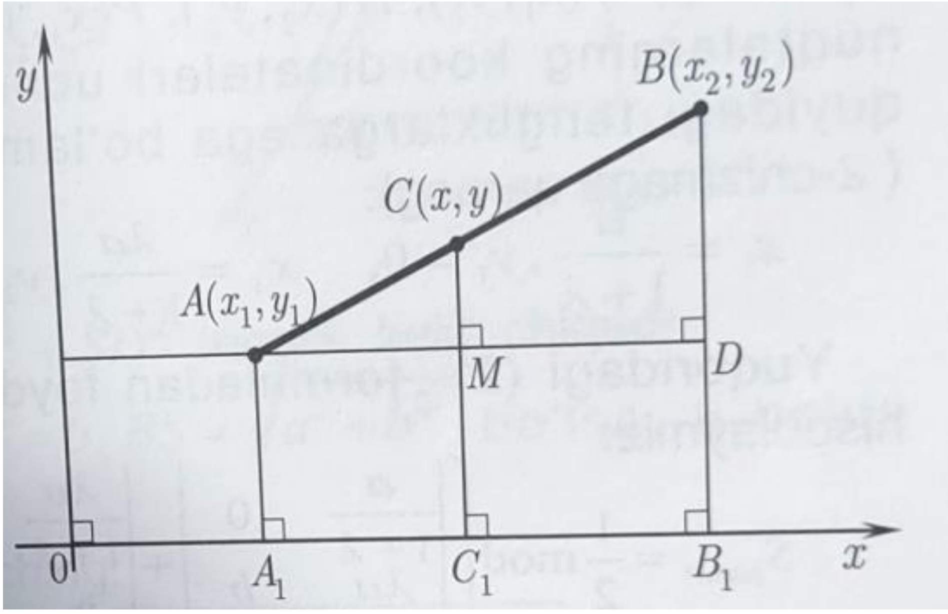
Ma'lumki, geometrik masalalar o'quvchilarni mantiqiy fikrlash bilan birga o'z xulosalarini asoslashga undaydi. Masalalarni yechish davomida o'quvchilar nazariy bilimlarni takrorlaydi va uni amaliy jihatdan qo'llash ko'nikmasiga ega bo'ladilar. Ushbu maqolada Dekart koordinatalar sistemasidan foydalanilib, uni turli geometrik va algebraik masalalarga, jumladan, uchburchak yuzini hisoblash, tengliklarni isbotlash, tenglamalarni yechishga tatbiq qilishda qo‘llaniladigan uslubiyati ko‘rsatilgan.

Oxy koordinatalar sistemasida $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ nuqtalar berilgan bo’lsin.

AB kesmada $C(x, y)$ nuqta shunday olinganki, $\frac{AC}{CB} = \lambda$ $(0 < \lambda < \infty)$ bo’lsin. U holda $C(x, y)$ nuqtaning koordinatalari uchun

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda} \quad (1)$$

tenglik o’rinli bo’ladi. Haqiqatdan, A, B va C nuqtalardan Ox o‘qiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazib, ularning Ox o‘q bilan kesishgan nuqtalarini mos ravishda A_1, B_1 va C_1 bilan belgilaymiz (1-chizma).



$AD \perp BB_1$ bo’ladigan qilib AD perpendikularni o’tkazamiz. Bu AD va CC_1 perpendikularlar M nuqtada kesishsin. $\varDelta ACM$ va $\varDelta ABD$ uchburchaklar o’xshash bo’lgani uchun $\frac{AC}{AB} = \frac{AM}{AD} = \frac{CM}{BD}$ bo’ladi.

Bundan,

$$\frac{\lambda}{1 + \lambda} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

tenglikka ega bo’lamiz bu tenglikda shakl almashtirib,

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$$

ISSN 3060-4567

Tenglikka ega bo'lamiz.

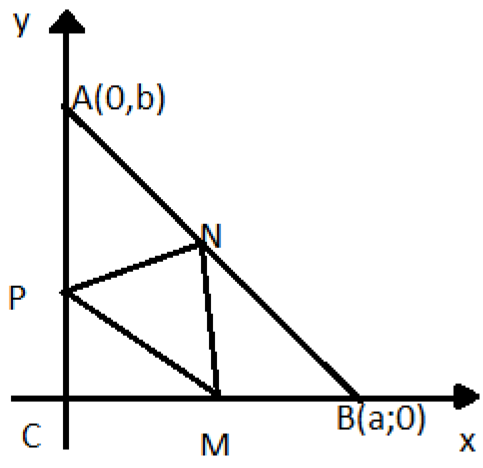
Tekislikda $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2), C(x, y)$ nuqtalar berilgan bo'lsa uchburchak yuzini hisoblashning bir nechta usullari mavjud.

1-masala ABC to'g'ri burchakli ($\angle C = 90^o$) uchburchakning CB, BA, AC tomonlarida mos ravishda M,N,P nuqtalar shunday olinganki, $\frac{MB}{CM} = \frac{NA}{BN} = \frac{PC}{AP}$ tengliklar o'rinli. Agar ABC uchburchak yuzi $S_{\Delta ABC} = S$ bo'lsa, $S_{\Delta MNP}$ ning eng kichik qiymatini toping.

Yechish.

Uchburchakning V to'g'ri burchagidan Oxy koordinatalar sistemasini kiritamiz.

Aytaylik, Cb=a, CA=b, $\frac{MB}{CM} = \lambda$ bo'lsin. Masala shartidan va (1) formuladan foydalanib, $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2), P(x_3, y_3)$ nuqtalarning koordinatalari uchun quyidagi tengliklarga ega bo'lamiz. (2-chizma)



(2-chizma)

$$x_1 = \frac{a}{1+\lambda}, y_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{\lambda a}{1+\lambda}, y_2 = \frac{b}{1+\lambda}$$

$$x_3 = 0, \qquad y_3 = \frac{\lambda b}{1+\lambda}$$

$$t = \frac{1}{1+\lambda}$$

belgilash kiritib uchburchak yuzini koordinatalari berilgan uchburchak yuzini hisoblash formulasiga ko′ra S ni hisoblasak,

$S = (3t^2 - 3t + 1)S$ formulaga ega bo'lamiz. $\varphi(t) = 3t^2 - 3t + 1$ deb olsak bu funksiyada parabola eng kichik qiymatiga uchida ya'ni $t_0 = \frac{1}{2}$ nuqtada, ya'ni $\lambda = 1$ da erishganligi uchun MNP uchburchak yuzasining eng kichik qiymati

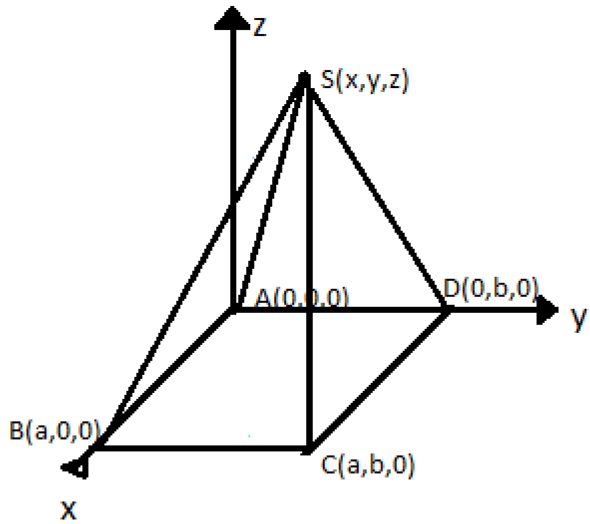
$\frac{1}{4}s$ ga teng bo'lishi kelib chiqadi.

2-masala. ABCD to'g'ri to'rtburchak va fazoda S nuqta berilgan. U holda

$AS^2 + SC^2 = BS^2 + SD^2$ tenglik o'rinli bo'lishini isbotlang.

Yechish. ABCD to'g'ri to'rtburchakning A uchidan Dekart koordinatalar sistemasini kiritamiz. AB to'g'ri chiziq Ox o'q,

AD to'g'ri chiziq Oy o'qi bo'lsin.(3-chizma). Aytaylik, AB=a, AD=b va S(x,y,z) bo'lsin. U holda A(0,0,0),B(a,0,0), C(a,b,0), D(0,b,0) bo'ladi. Ikki nuqta orasidagi asofani hisoblash formulasiga ko'ra



(3-chizma)

$$SA^2 = x^2 + y^2 + z^2$$
$$SC^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2$$
$$SB^2 = (x-a)^2 + y^2 + z^2$$

$$SC^2 = x^2 + (y-b)^2 + z^2$$

Bundan, $AS^2 + SC^2 = BS^2 + SD^2$ tenglik kelib chiqadi.

Natija. Agar AS=a, CS=b, BS=$\sqrt{a^2+b^2}$ bo'lsa, u holda $S_{ABCD} = a \cdot b$ bo'ladi.

3-masala. Tenglamani yeching:

$$\sqrt{x^2+a^2-4x-6a+13} + \sqrt{x^2+a^2-10x-14a+74} = 5 \quad (2)$$

Yechish. (2) tenglamada shakl almashtirib, uni

$$\sqrt{(x-2)^2+(a-3)^2} + \sqrt{(x-5)^2+(a-7)^2} = 5 \quad (3)$$

ko'rinishda yozib olamiz. Quyidagicha belgilash kiritib olamiz:

A(x,a), B(2,3), C(5,7) bo'lsin. U holda (3) tenglikka asosan BA+AC=BC bo'ladi. Bu esa $\overrightarrow{BA}(x-2, a-3)$ va $\overrightarrow{BC}(3,4)$ vektorlarning kollinear ekanligini bildiradi. Kollinearlik shartlariga asosan

$$\frac{x-2}{3} = \frac{a-3}{4}$$

yoki

$$x = \frac{3a}{4} - \frac{1}{4}$$

bo'ladi. Umumiy holda quyidagi

$$\sqrt{x^2+a^2-2\mu x-2\mu a+\lambda^2+\mu^2} + \sqrt{x^2+a^2-2kx-2ma+k^2+m^2} =$$
$$= \sqrt{(k-\lambda)^2+(m-\mu)^2} \quad (4)$$

tenglamani qaraymiz. Bu yerda $a, k, m, \lambda, \mu -$ haqiqiy sonlar. (4) tenglama (2) tenglamani umumlashgan holidir. Bu tenglamani yechish uchun belgilash kiritamiz:

A(x,a),B(λ, μ), C(k,m).U holda (4) tenglamaga ko'ra BA+AC=BC bo'ladi. Bu esa

$\overrightarrow{BA}(x-\lambda, a-\mu)$ va $\overrightarrow{BC}(k-\lambda, m-\mu)$ vektorlar kolleniarligini bildiradi. Kolleniarlik shartiga asosan

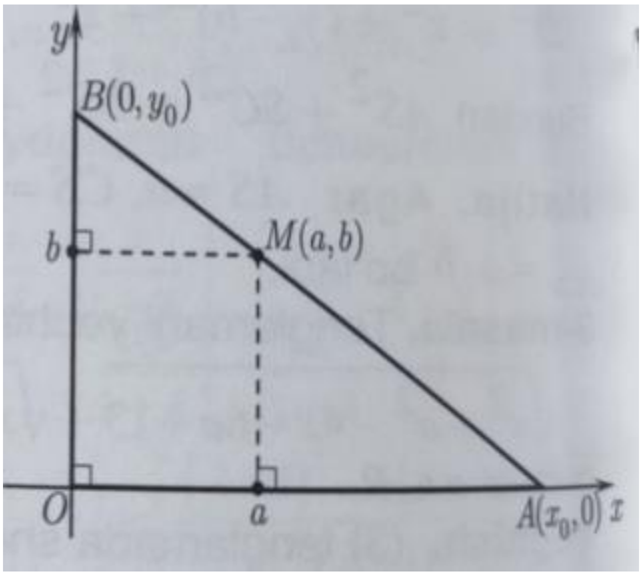
$$\frac{x-\lambda}{k-\lambda}=\frac{a-\mu}{m-\mu}$$

bo'ladi. Bundan

$$x=\frac{k-\lambda}{m-\lambda}a-\frac{k-\lambda}{m-\mu}+\lambda$$

bo'ladi.

4-masala. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi M(a,b) nuqta berilgan (a > 0, b > 0). Bu nuqta orqali AB to'g'ri chiziqni benigal shunday o'tkazingki, bu to'g'ri chiziq Ox va Oy o'qlarini musbat yo'nalishda kesib o'tsin va AOB uchburchakning yuzi eng kichik bo'lsin.



Yechish. Aytaylik, $A(x_0,0)$ va $B(0,y_0)$ Bo'lsin. U holda AB to'g'ri chiziq tenglamasi

$$\frac{x-x_0}{a-x_0}=\frac{y-0}{b-0}$$

Ko'rinishda bo'lib,

$$y_0=\frac{b}{a-x_0}\cdot(-x_0)=\frac{bx_0}{x_0-a}$$

ga teng bo'ladi.

To'g'ri burchakli uchburchakning yuzi formulasiga ko'ra

$$S=\frac{1}{2}x_0y_0=\frac{1}{2}\frac{bx_0{}^2}{x_0-a}$$

tenglikni hosil qilamiz. Ma'lumki, u x_0 ning funksiyasiga aylanadi. Endi AOB uchburchakning eng kichik qiymatini toppish uchun

$$S(t)=\frac{1}{2}\frac{bt^2}{t-a}$$

Funksiyani eng kichik qiymatini hosila yordamida topamiz:

$$S(t) = \frac{1}{2}\frac{bt^2}{t-a} = S(t) = \frac{1}{2}\frac{b\left((t-a)+a\right)^2}{t-a} = \frac{1}{2}(b(t-a) + 2ab + \frac{ba^2}{t-a})$$

$$S'^{(t)} = \frac{1}{2}\left(b - \frac{ba^2}{(t-a)^2}\right) = 0.$$

Natijada

$$b\frac{(t-a)^2 - a^2}{(t-a)^2} = 0$$

Tenglamani yechib, funksiya ekstremumining yetarli shartidan foydalanib, t=2a nuqtada S(t) funksiyaning eng kichik qiymatga erishishini topamiz. Demak, AB to’g’ri chiziq tenglamasi $y = -\frac{b}{a}(x-2a)$ ko’rinishda bo’ladi.

Xulosa qilib aytganda dekart koordinatalar tizimi geometriya va matematikaning asosiy vositalaridan biri bo‘lib, uning tatbiqi ko‘plab amaliy masalalarni hal etishda muhim o‘rin tutadi. Dekart koordinatalar tizimining nazariy asoslari, uning yordamida turli matematik masalarda ishlash ko‘rib chiqildi. Shuningdek, u geometrik shakllarni tahlil qilish, ularning o‘zaro bog‘liqligini aniqlash uchun muhim ekanligini ham yuqorida keltirilgan misollar yaqqol ko’rsatib turibdi.

ADABIYOTLAR:

1. Nishonov T.S. Professional approach to teaching of elements of probability theory for students of economics. Наука и образование сегодня № 12 (59), 2020. 85-87 pp.

2. Ахлимирзаев А., Нишонов Т.С. Роль и значение практическо-профессионального подхода обучения теории вероятностей и математической статистики в подготовке будущих экономистов // Universum: психология и образование : электрон. научн. журн. 2021. 2(80). 12-17 с.

3. Sh.O. Alimov va boshqalar.. “Algebra” 9-sinf uchun darslik.-T.: “O’qituvchi” nashriyot matbaa ijodiy uyi, 2009-yil.

ISSN 3060-4567

4.Adilbek Zaitov va boshqalar.. 10-sinf Algebra va analiz asoslari [Matn]: darslik / − Toshkent: Respublika ta’lim markazi, 2022-yil. − 192 b.

5. Israilov I., Pashayev Z. Geometriya. I, II-qismlar. O‘qituvchi, Toshkent, 2010.

6. Jo‘rayev T., Sadullayev A., Hudoyberganov G., Mansurov A., Vorisov A. Oliy matematika asoslari. 1-qism. O‘zbekiston, Toshkent, 1995.

7. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия. Наука, Москва, 1968.