

NOCHIZIQLI TENGLAMALARNI YECHIM METODLARI

*Sobirov Maqsadbek**Andijon davlat universiteti**Matematika va mexanika fakulteti**Matematika yo'nalishi 4M2-guruh talabasi*

Annotatsiya: *Nochiziqli tenglamalar matematikada juda muhim o'rin tutadi. Nochiziqli tenglamalar chiziqli tenglamalarga nisbatan murakkabroq va ularning yechimini topish ko'pincha ko'proq analitik va raqamli usullarni talab qiladi. Ushbu tenglamalar odatda yuqori darajadagi noaniqliklar yoki o'zgaruvchilarning murakkab o'zaro ta'sirlarini aks ettiradi, bu esa ularni yechish jarayonini qiyinlashtiradi. Nochiziqli tenglamalarni yechish usullari bir necha asosiy yo'nalishda olib boriladi. Bu yo'nalishlar orasida analitik usullar, ya'ni tenglamalarni to'liq yoki qisman yechish imkoniyatlari, va raqamli usullar, masalan, iterativ metodlar va kompyuter yordamida yechish imkoniyatlari alohida o'rin tutadi. Ushbu maqolada nochiziqli tenglamalarni yechishda qo'llaniladigan asosiy usullarni ko'rib chiqamiz, ularning afzalliklari va cheklovlari bilan tanishamiz.*

Kalit so'zlar: *tenglama, yechim, butun son, ko'payuvchilarga ajratish va qoldiqli bo'lish.*

Ko'p o'zgaruvchili tenglamalarni butun sonlarda yechish matematikada Diofant tenglamalari nomi bilan mashhur ekanligi bizga ma'lum. Bu tipdagi masalalar matematika fanidan o'tkaziladigan turli bosqich olimpiadalarida ko'plab uchraydi. Matematika faniga qiziquvchi har bir o'quvchi ushbu tipdagi masalalarni yechish usullar o'rganishga harakat qilishi tabiiy.

Biz ushbu maqolamizda bir nechta o'zgaruvchi chiziqli bo'lmagan tenglamalarni butun sonlarda yechishning ba'zi bir usullarini ko'rsatib o'tamiz.

1) Ko'paytuvchilarga ajratish metodi; OBA

- 2) Ikki o'zgaruvchili tenglamalarni bitta noma'lumga nisbata kvadrat tenglama ko'rinishida yechish metodi;
- 3) Qoldiqli bo'lish metodi.

1. Ko'paytuvchiga ajratish metodi yordamida tenglamani yechish.

1-misol. Tenglamani butun sonlarda yeching.

$$2x^2y^2 + y^2 - 6x - 12 = 0$$

Yechimi.

$$2x^2y^2 + y^2 - 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow y^2(2x^2 + 1) - 3(2x^2 + 1) = 9 \Leftrightarrow (2x^2 + 1)(y^2 - 3) = 9.$$

Bunda $2x^2 + 1 > 0$ ekanligidan $y^2 - 3 > 0$ bo'ladi. Mumkin bo'lgan barcha hollarni qaraymiz:

1. $\begin{cases} 2x^2 + 1 = 1 \\ y^2 - 3 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y^2 = 12 \end{cases}$ bu butun yechimga ega emas.
2. $\begin{cases} 2x^2 + 1 = 3 \\ y^2 - 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y^2 = 6 \end{cases}$ bu ham butun yechimga ega emas.
3. $\begin{cases} 2x^2 + 1 = 9 \\ y^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 2 \\ x = \pm 2 \\ y = \mp 2 \end{cases}$ Javob: $(\pm 2; \pm 2), (\pm 2; \mp 2)$.

2-misol. Tenglamani butun sonlarda yeching: $10xy - 8y + 5x = 63$.

Yechimi. $10xy + 5x = 5x(2y + 1)$ va $8y = 4(2y + 1) - 4$ ekanligidan, berilgan tenglamani $(5x - 4)(2y + 1) = 59$ ko'rinishda ifodalab olamiz. Bunda 59 tub son ekanligidan 4 ta holni qarash yetarli.

- 1) $\begin{cases} 5x + 4 = 1 \\ 2y + 1 = 59 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x + 4 = 59 \\ 2y + 1 = 1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 5x + 4 = -1 \\ 2y + 1 = -59 \end{cases}$
- 4) $\begin{cases} 5x + 4 = -59 \\ 2y + 1 = -1 \end{cases}$

Bu tenglamalar sistemalarini yechib $(1; 29)$ va $(-11; -1)$ yechimlar juftliklarini topamiz.

3-misol. Tenglamani butun sonlarda yeching: $2xy + x + y = 83$.

Yechim. Tenglamani y ga nisbatan yechamiz:

$$y = \frac{83 - x}{2x + 1} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} + \frac{167}{2(2x + 1)} \Leftrightarrow 2y = -1 + \frac{167}{2x + 1}$$

Bunda $(2x + 1)$ –son 167 ning bo'luvchisi bo'lishi kerak.

Mumkin bo'lgan barcha hollarni qaraymiz:

1) $2x+1=167$; 2) $2x+1=-167$;

3) $2x+1=1$; 4) $2x+1=-1$.

Bu tenglamani yechib $(-84;-1)$, $(0;83)$, $(-1;84)$ yechimlarini topamiz.

2. Ikki o'zgaruvchilik tenglamani bitta noma'lumga nisbatan kvadrat tenglama ko'rinishida yechish

4-misol. Tenglamani butun sonlarda yeching.

$$6x^2y^2 + 2x^2 + 7xy + 2y + 7x + 3 = 0$$

Yechimi. Bu tenglamani x ga nisbatan xuddi kvadrat tenglama yechgandek yechamiz ($6y+2=0$ holda y butun son bo'la olmaydi), bundan

$$x_1 = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{-2y - 3}{3y + 1}$$

Ko'rinib turibdiki, x_1 – butun son emas, x_2 butun son bo'ladi yoki yo'qmi tekshirib ko'ramiz: $-2y - 3 = x(3y + 1)$ bundan,

$$-\frac{2}{3}(3y + 1) = -\frac{7}{3} = x(3y + 1) \Rightarrow (3y + 1)(3x + 2) = -7$$

ni hosil qilamiz. 7 tub son ekanligida mumkin bo'lgan 4 ta holni qaraymiz.

1) $\begin{cases} 3x + 2 = 1 \\ 3y + 1 = -7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x + 2 = -1 \\ 3y + 1 = 7 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x + 2 = 7 \\ 3y + 1 = -1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x + 2 = -7 \\ 3y + 1 = 1 \end{cases}$

Bu tenglamani yechimlarini yechib $(-3;0)$ va $(-1;2)$ yechimlarini topamiz.

3. Tenglamani qoldiqli bo'lish metodi yordamida yechish.

5-misol. $x^2 + y^2 = 9999$ tenglamani butun yechimlarga ega emasligini isbotlang.

Yechimi. 9999 – toq son ekanligidan noma'lumlardan biri toq ikkinchisi esa juft son ekanligi ko'rinib turibdi. Ya'ni $x = 2k$, $y = 2n + 1$. U holda

$$x^2 = 4k^2, \quad y^2 = 4n^2 - 4n + 1 = 4m + 1, \text{ bo'lib, berilgan tenglama}$$

$4k^2 + 4m = 9998$ ko'rinishga keladi. Bu tenglamaning chap qismi 4 ga karrali o'ng qismi esa 4 ga bo'linmaydi. Demak berilgan tenglama butun yechimlarga ega emas.

6-misol. $7^x - 1 = 12(2y + 1)^2$ tenglamani butun yechimlarga ega emasligini isbotlang.

Yechimi. Avval $x \geq 0$ holni qaraymiz. Bu tenglama butun sonlarda yechimga ega bo'lish uchun $7^x - 1 = 1(mod 12)$ shartini bajarishi kerak. Mumkin bo'lgan ikkita holni qaraymiz: $x = 2y$ yoki $x = 2k + 1$, bunda $k=0,1,2,\dots$

Birinchi holda $7^{2k} = 49^k - 1^k = 1(mod 12)$,

Ikkinchi holda $7^{2k+1} = 7 * 49^k = 7(mod 12)$,

Ko'rinib turibdiki, 2-hol $7^x - 1 = 0(mod 12)$ shartni qanoatlantirmaydi. Demak, $x = 2k$ masala shartini qanoatlantiradi. U holda $7^{2k} - 1 = 12(4y^2 + 4y + 1)$ yoki $49^k - 1 = 48y(y + 1) + 12$ bo'ladi. Bundan $49^k = 48y(y + 1) + 13$ yoki $49^k = 13(mod 48)$ kelib chiqadi. Ammo bundan k ning hech qanday butun qiymatida biz izlagan $49^k \equiv 1^k = 1(mod 48)$ hol kelib chiqmaydi. Natijada berilgan tenglama butun sonlarda yechimga ega emasligi kelib chiqadi.

Xulosa:

Nochiziqli tenglamalarni yechish matematik tahlilning muhim qismi bo'lib, ular turli fanlar va amaliyotlarda keng qo'llaniladi. Ushbu tenglamalarni yechishda qo'llaniladigan usullar analitik va raqamli usullarga bo'linadi. Analitik usullar ba'zi holatlarda to'liq yechimlar berishi mumkin, lekin ko'pincha murakkablik yoki tenglama shakli sababli ular qo'llanilmaydi. Raqamli usullar, xususan, iterativ metodlar va kompyuter texnologiyalaridan foydalanish, praktika uchun muhim ahamiyatga ega. Biroq, bu usullarni qo'llashda aniq yechim olishning qiyinchiliklari va xatoliklar mavjud. Shunga qaramay, nochiziqli tenglamalar bilan ishlashda turli xil usullarni birlashtirish va to'g'ri yondashuvni tanlash, muammoni samarali yechishda muhim rol o'ynaydi. Kelajakda, yangi

metodlar va raqamli resurslar yordamida nochiziqli tenglamalarni yechish yanada soddalashtirilishi va kengaytirilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Nishonov T.S. Professional approach to teaching of elements of probability theory for students of economics. Наука и образование сегодня № 12 (59), 2020. 85-87 pp.
2. Ахлимирзаев А., Нишонов Т.С. Роль и значение практическо-профессионального подхода обучения теории вероятностей и математической статистики в подготовке будущих экономистов // Universum: психология и образование : электрон. научн. журн. 2021. 2(80). 12-17 с.
3. Adilbek Zaitov va boshqalar.. 10-sinf Algebra va analiz asoslari [Matn]: darslik/– Toshkent: Respublika ta’lim markazi, 2022-yil. – 192 b.
4. Серпенский В. О решении уравнений в целых числах Москва. 1961
5. Галкин Е. В. нестандартные задачи По математике Челябинск. 2005