LOGARIFMIK TENGLAMALAR

Ikromov Sherozbek

Andijon davlat universiteti

Matematika va mexanika fakulteti

Matematika yo'nalishi 4M2-guruh talabasi

Annotatsiya: *Logarifmik tenglamalar matematikaning muhim bo'limlaridan biri bo'lib, ular ko'plab ilmiy sohalarda, ayniqsa, fizikada, iqtisodiyotda va informatika sohalarida keng qo'llaniladi. Logarifmik tenglamalar, asosan, logarifmlar va ularning xossalari asosida tuzilgan matematik ifodalardir. Ushbu maqolada logarifmik tenglamalar, ularni yechish usullari va amaliyotda qo'llanilishi haqida so'z boradi.*

Kalit so'zlar: *tenglama, ildiz, logarifm, logarifmik tenglama, ko'rsatkichli tenglama, logarifmik xossalar.*

Logarifmik tenglamalarga ehtiyoj qay tariqa kelib chiqqan o'zi? Bizga ma'lum ko'rsatkichli tenglamalarni yechish davomida ba'zi bir misollarda yechimni olish bir muncha murakkablik tug'diradi. Misol qilib aytadigan bo'lsak, quyidagi tenglamalarni qaraylik: $2^x = 8$ ushbu tenglamada 8 ni 2 ning darajasi ko'rinishida tasvirlash mumkin. Ya'ni, $2^x = 2^3$ bu yerdan tenglamaning yechimi $x = 3$ ekanligi kelib chiqadi. Lekin, quyidagi masalani qarasak, $2^x = 11$. Ushbu tenglamada 11 ni 2 ni daraja ko'rsatkichi ko'rinishida butun sonlarda tasvirlab bo'l,aydi. Shu va shu kabi bir qator misollarni yechishda bizga logarifm tushunchasi yordamga keladi.

Logarifm haqida qisqacha

Logarifm — bu matematik operatsiya bo'lib, u har bir musbat sonni boshqa musbat son asosida ifodalashni ta'minlaydi. Agar , $a^x = b$ tenglama berilgan bo'lsa, unda $x = log_a b$ logarifmik ifodasi a asosidagi b sonining logarifmini bildiradi. Bu yerda:

a –asos, x – logarifm , b- ifodalangan son.

Endi yuqorida keltirilgan tenglamani yechsak, $2^x = 11$ bunda $x = log_2 11$ bo'ladi.

Logarifmlar ko'pincha o'zgartirishlar va hisob-kitoblarni osonlashtirish uchun ishlatiladi, chunki ular katta sonlarni boshqarishni va kichikroq sonlar bilan ishlashni ta'minlaydi.

Logarifmik tenglamalar

Noma'lum logarifmosti ifodada qatnashgan tenglama **logarifmik tenglama** deyiladi. Masalan,

$$log_a x - log_b 2x + c = 0$$

Logarifmik tenglama bo'ladi.

Noma'lumning berilgan logarifmik tenglamani to'g'ri tenglikka aylantiradigan qiymati bu logarifmik **tenglamaning yechimi** deyiladi.

Logarifmik tenglamalarning umumiy ko'rinishi quyidagi shakllarda bo'lishi mumkin:

$$log_a x = b$$

Sodda logarifmik tenglamalarni yechish

$a > 1, a \neq 0$ bo'lganda ushbu

$$log_a x = b$$

Tenglamaeng sodda logarifmik tenglama bo'ladi. Bu tenglamaning yechimi

$x = a^b$ bo'ladi.

$a > 1, a \neq 0$ bo'lganda $log_a f(x) = log_a g(x)$ tenglamaning ildizlari $f(x) = g(x)$ tenglamaning $f(x) > 0$ (yoki $g(x) > 0$) shartni qanoatlantiruvchi ildizlaridan iborat bo'ladi.

Misol. Ushbu logarifmik tenglamani yeching:

$$log_3(x^2 - 4) = log_3(5x - 8)$$

Yechish: Aniqlanish sohasini topib olamiz:

$$\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ 5x - 8 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-2)(x+2) > 0 \\ 5x > 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -2)(2; +\infty) \\ x > 1{,}6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x \in (2; +\infty)$$

Endi esa $x^2 - 4 = 5x - 8$ tenglamani yechamiz:

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

$$x_1 = 1, \qquad x_2 = 4$$

$x_1 = 1$ yechim $(2; +\infty)$ to’plamga tegishli emas. Shuning uchun ushbu tenglamaning chet ildizi bo’ladi. $x_2 = 4$ esa bu to’plamga tegishli, demak, berilgan tenglamaning ildizi bo’ladi.

Logarifmik Tenglamalarni Yechish Usullari

1. Logarifmik Tenglamalarni soddalashtirish: Logarifmik tenglamalarni yechishda, avvalo, har bir tomonda logarifmni olib, ularni oddiy shaklga keltirish kerak. Agar tenglamada ko'plab logarifmlar bo'lsa, ularni bitta logarifmga qisqartirish mumkin.

Masalan, agar tenglama quyidagi shaklda bo'lsa:

$$log_2 x + log_2(x-3) = 3$$

Ushbu tenglamani quyidagicha qilib soddalashtirib olamiz:

$$log_2 x(x-3) = 3$$

Bundan esa, $x(x-3) = 2^3$ bu tenglama kvadrat tenglama ko’rinishida buni yechish muammo keltirib chiqarmaydi.

2.Logarifmning Xossalaridan Foydalanish: Logarifmlar bilan ishlaganda, ular orasida turli xossalar mavjud. Masalan:

$$log_a(xy) = log_a x + log_a y$$

$$log_a\left(\frac{x}{y}\right) = log_a x - log_a y$$

$$log_a x^n = n log_a x$$

$$log_{a^p} x = \frac{1}{p} log_a x$$

Misol uchun quyidagi tenglamani xossalardan foydalanib yechib ko’ramiz:

$$log_4 log_2 x + log_2 log_4 x = 2$$

ISSN 3060-4567

Yechish. Tenglamani yechish uchun logarifmning quyidagi xossasidan foydalanamiz:

$$log_{a^p}x = \frac{1}{p}log_a x$$

$$\frac{1}{2}log_2 log_2 x + log_2 log_4 x = 2$$

tenglamani har ikkala tomonini 2 ga ko'paytiramiz:

$$log_2 log_2 x + 2log_2 log_4 x = 4$$

$log_a x^n = nlog_a x$ ushbu xossadan foydalanib yozamiz:

$$log_2 log_2 x + log_2 (log_4 x)^2 = 4$$

$log_a(xy) = log_a x + log_a y$ xossadan foydalanamiz:

$$log_2(log_2 x \cdot (log_4 x)^2 = 4$$

$$log_2 x \cdot (log_4 x)^2 = 2^4$$

$$log_2 x \cdot (log_{2^2} x)^2 = 16$$

$$log_2 x \cdot (\frac{1}{2}log_2 x)^2 = 16$$

$$log_2 x \cdot \frac{1}{4}log^2{}_2 x = 16$$

$$log^3{}_2 x = 64$$

$$log_2 x = 4$$

$$x = 2^4 = 16.$$

Javob: $x = 16$

3.Ko'rsatkichli tenglamaga keltirib yechish: Ko'plab logarifmik tenglamalar ko'plab eksponentli tenglamalarni hosil qiladi, shuning uchun logarifmning inverz operatsiyasini ishlatish foydalidir. Masalan, agar tenglama quyidagicha bo'lsa:

$log_2 x = 5$ bo'lsa, u holda $x = 2^5 = 32$ bo'ladi

4.Tenglamaning barcha tomonlarini bir xil asosga keltirish: Agar logarifmik tenglama turli asoslarga ega bo'lsa, ularni bir xil asosga keltirib, yechish osonlashadi. Misol uchun, agar tenglama:

$$log_2 x = log_3 6$$

Ko'rinishdagi tenglama bo'lsa, har ikkala tomonni bir xil asosga keltirib yechish yo'li ham mavjud.

Xulosa

Logarifmik tenglamalar matematika va ilm-fanda juda muhim ahamiyatga ega. Ular tenglamalarni yechishda yordam beradi va murakkab hisob-kitoblarni osonlashtiradi. Logarifmlarni to'g'ri qo'llash va ularni yechish usullarini bilish, turli sohalarda samarali ishlashni ta'minlaydi. Ularni tushunish va amaliyotda qo'llash ko'plab masalalarning yechimini osonlashtiradi va optimallashtiradi

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Nishonov T.S. Professional approach to teaching of elements of probability theory for students of economics. Наука и образование сегодня № 12 (59), 2020. 85-87 pp.

2. Ахлимирзаев А., Нишонов Т.С. Роль и значение практическо-профессионального подхода обучения теории вероятностей и математической статистики в подготовке будущих экономистов // Universum: психология и образование : электрон. научн. журн. 2021. 2(80). 12-17 с.

3. Sh.O. Alimov va boshqalar.. "Algebra" 9-sinf uchun darslik.-T.: "O'qituvchi" nashriyot matbaa ijodiy uyi, 2009-yil.

4.Adilbek Zaitov va boshqalar.. 10-sinf Algebra va analiz asoslari [Matn]: darslik / − Toshkent: Respublika ta'lim markazi, 2022-yil. − 192 b.

5. Jo'rayev T., Sadullayev A., Hudoyberganov G., Mansurov A., Vorisov A. Oliy matematika asoslari. 1-qism. O'zbekiston, Toshkent, 1995.