

## EHTIMOLLAR NAZARIYASI. EHTIMOLLIK TA'RIFLARI

*Karimova Mohlaroy*

*Andijon davlat universiteti*

*Matematika va mexanika fakulteti*

*Matematika yo'nalishi 4M2-guruh talabasi*

***Annotatsiya:** Ehtimollar nazariyasi matematik va statistik fanlar orasida juda muhim o'rin tutadi. U tasodifiy hodisalar va ular yuz berish ehtimollarini o'rganish bilan shug'ullanadi. Hayotimizda ko'p hollarda natijalar tasodifiy bo'lishi mumkin, masalan, tanga tashlash, zarni aylantirish yoki ma'lum bir kasallikning tarqalishi. Bunday holatlarda, ehtimollar nazariyasi bizga natijalarni oldindan bashorat qilish va tasodifiy hodisalarning qay darajada yuz berishi mumkinligini hisoblashda yordam beradi. Ushbu maqolada ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari, ehtimollik ta'riflari va ularga doir misollar ko'rib chiqiladi.*

***Kalit so'zlar:** ehtimollar nazariyasi, tasodifiy hodisalar, ehtimol, ehtimollikni hisoblash*

Ehtimol tushunchasi ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biridir. Misolda ko'raylik:

Aytaylik, idishda yaxshilab aralashtirilgan bir xil 12 ta shar bo'lib, ulardan 5 tasi qizil, 4 tasi qora va 3 tasi oq rangli bo'lsin. Haqiqattan ham, idishdan olingan sharning qizil yoki qora rangli sharlar bo'lish imkoniyati oq rangli bo'lish imkoniyatidan ko'proq bu imkoniyatni son bilan xarakterlash mumkinmi? Ha, mumkin ekan. Mana shu son **hodisaning ehtimolli**gi deb ataladi.

Shunday qilib, ehtimol hodisaning ro'y berish imkoniyatini xarakterlovchi sonidir.

Biz o'z oldimizga tavakkaliga olingan sharning qizil yoki qora rangli bo'lish imkoniyatini miqdoriy baholash vazifasini qo'yaylik. Qizil yoki qora rangli

shar chiqishini A hodisa sifatida qaraymiz. Tajribaning (tajriba idishdan shar olishdan iborat) mumkin bo'lgan natijalarning har birini, ya'ni tajribada ro'y berishi mumkin bo'lgan har bir hodisani elementar hodisa deb ataymiz.

Elementar hodisalarni  $E_1, E_2, E_3, \dots$  bilan belgilaymiz. Bizning misolda quyidagi 12 ta elementar hodisa bo'lishi mumkin:  $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5$  – qizil shar chiqdi;  $E_6, E_7, E_8, E_9$  – qora shar chiqdi;  $E_{10}, E_{11}, E_{12}$  – oq shar chiqdi.

Osongina ko'rish mumkinki, bu natijalar yagona mumkin bo'lgan (bitta shar albatta chiqadi) va teng imkoniyatli (shar tavakkaliga olinadi, sharlar bir xil va yaxshilab aralashtirilgan) hodisadir.

Bizni qiziqtirayotgan hodisaning ro'y berishiga olib keladigan elementar hodisalarni bu hodisaning ro'y berishiga qulaylik tug'diruvchi deymiz. Bizning misolda A (qizil yoki qora rangli shar chiqishi) hodisaning ro'y berishiga quyidagi 9 ta elementar hodisa qulaylik tug'diradi:  $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6, E_7, E_8, E_9$

A hodisaning ro'y berishiga qulaylik tug'diruvchi elementar hodisalar sonining ularning umumiy soniga nisbati A hodisaning ehtimolligi deyiladi va  $P(A)$  bilan belgilanadi. Ko'rilayotgan misolda elementar hodisalar jami 12 ta, ulardan 9 tasi A hodisaga qulaylik tug'diradi. Demak, olingan sharning qizil yoki qora bo'lish ehtimolligi:

$$P(A) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Topilgan son (ehtimol) biz oldimizga qo'ygan masaladagi qizil yoki qora shar chiqishi mumkinligining miqdoriy bahosini beradi. Ehtimollikning turli ta'riflari mavjud. Bular klassik, statistik va geometrik ta'riflardir.

### Ehtimollikni klassik ta'rifi

*Ta'rif.* A hodisaning ehtimolligi deb, tajribaning bu hodisa ro'y berishiga qulaylik tug'diruvchi natijalari soni  $m$  ning tajribaning mumkin bo'lgan barcha elementar hodisalari soni  $n$  ga nisbatiga aytiladi, va quyidagi ko'rinishda belgilanadi:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Ehtimollik ta'rifidan quyidagi xossalar kelib chiqadi:

1) Muqarrar hodisaning ehtimolligi 1 ga teng. Ya'ni  $P(\Omega) = 1$ .

Haqiqattan ham, agar hodisa muqarrar bo'lsa, u holda tajribaning har qanday elementar natijasi shu hodisaning ro'y berishiga qulaylik tug'diradi. Bu holda,  $m=n$  va demak,

$$P(\Omega) = \frac{m}{n} = \frac{n}{n} = 1.$$

**1-misol.** Idishda 20 ta shar bo'lib, ular 1 dan 20 gacha raqamlangan. Idishdan tavakkaliga bitta shar olindi. Bu sharining tartib raqami 20 dan katta bo'lmaslik (A hodisa) ehtimoli qanday?

**Yechish:** Yashikdagi sharlarning istalganining tartib raqami 20 dan oshmaydi. Shuning uchun bu hodisaning ro'y berishiga qulaylik tug'diruvchi hodisalar soni va barcha mumkin 171 bo'lgan hollar soni o'zaro teng:  $m = n = 20$  va  $P(A)=1$ . Bu holda A hodisa muqarrar hodisadir.

2) Mumkin bo'lmagan hodisaning ehtimolligi nolga teng.

Haqiqattan ham, agar hodisa ro'y bermaydigan bo'lsa, u holda tajribaning hech bir elementar natijasi bu hodisaning ro'y berishiga qulaylik tug'dirmaydi. Bu holda,  $m = 0$  va demak,

$$P(V) = \frac{m}{n} = \frac{0}{n} = 0.$$

**2-misol.** Qutida 10 ta shar bo'lib, ulardan 4 tasi oq, qolganlari qora rangda. Shu qutidan tavakkaliga bitta shar olindi. Uning qizil shar bo'lish (A hodisa) ehtimoli qanday?

**Yechish:** Qutida qizil shar yo'q, ya'ni  $m = 0$ , lekin,  $n=10$ . Demak,

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{0}{n} = 0.$$

Bu holda A hodisa mutlaqo yuz bermaydigan, ya'ni mumkin bo'lmagan hodisadir. 3) Tasodifiy hodisaning ehtimolligi musbat son bo'lib, u 0 va 1 oralig'ida bo'ladi.

Haqiqattan ham, tasodifiy hodisaning ro'y berishiga tajribaning barcha elementar hodisalarining bir qismigina qulaylik tug'diradi. Bu holda,  $0 < m < n$ . Shuning uchun,  $0 < \frac{m}{n} < 1$ . Demak,  $0 < P(A) < 1$ .

Shunday qilib, istalgan hodisaning ehtimolligi quyidagi qo'sh tengsizlikni qanoatlantiradi:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

### Ehtimollikni statistik ta'rifi

Ehtimolning "klassik" ta'rifida tajribaning elementar hodisalar soni chekli deb faraz qilinadi. Amalyotda esa mumkin bo'lgan natijalar soni cheksiz bo'lgan tajribalar ancha ko'p uchrab turadi. Bunday hollarda klassik ta'rifni qo'llab bo'lmaydi. Shu hollarning o'zi ham klassik ta'rifning cheklangan ekanligini ko'rsatadi. To'g'ri, bu kamchilikni ehtimol ta'rifini tegishlicha umumlashtirish yo'li bilan bartaraf qilish mumkin. Shu sababli klassik ta'rif bilan bir qatorda hodisaning ehtimolligi sifatida nisbiy chastota yoki unga yaqin sonni olib statistik ta'rifdan ham foydalaniladi.

Nisbiy chastota ehtimol bilan bir qatorda ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri hisoblanadi

*Ta'rif.* **Hodisaning nisbiy chastotasi** deb, hodisa ro'y bergan tajribalar sonining aslida o'tkazilgan jami tajribalar soniga nisbatiga aytiladi. Shunday qilib, A hodisaning nisbiy chastotasi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$W(A) = \frac{m}{n}$$

bu yerda  $m$ -hodisaning ro'y berish soni,  $n$ -tajribalarning jami soni.

Ehtimol va nisbiy chastota ta'riflarini solishtirib, quyidagi xulosaga kelamiz: ehtimolning ta'rifida tajribalarning haqiqattan o'tkazilganligi talab qilinmaydi, nisbiy chastotaning ta'rifida esa tajribalarning aslida o'tkazilganligi talab qilinadi. Soddaroq aytganda, ehtimol tajribadan oldin (ilgari), nisbiy chastota esa tajribadan keyin (so'ng) hisoblanadi.

Agar  $m = n$  bo'lsa, ya'ni o'tkazilgan tajribalar soni hodisaning ro'y berishlar soniga teng bo'lsa, bu hodisa muqarrar hodisa bo'ladi..

Agar  $m = 0$  bo'lsa, ya'ni o'tkazilgan tajriba natijasida hodisa biror marta ham sodir bo'lmasa, u holda bu hodisa mumkin bo'lmagan hodisa bo'ladi.

**3-misol.** Mergan nishonga qarata 30 ta o'q uzdi. Bunda ulardan 23 tasi nishonga tekkanligi ma'lum bo'lsa, mergan o'qlarining nishonga tegishining nisbiy chastotasini toping.

**Yechish:** Mergan o'qlarining 23 tasi nishonga tegdi, demak, hodisaning ro'y berishlar soni  $m=23$  va jami uzilgan o'qlar soni  $n = 30$ , demak, bu hodisaning nisbiy chastotasi:

$$W(A) = \frac{23}{30}$$

bo'ladi.

**4-misol.** Dastlabki 1000 ta natural sonlar ichidan olingan sonning 5 ga karrali bo'lishining nisbiy chastotasini toping.

**Yechish:** Bu yerda sonning 5 ga karrali chiqish hodisasini A bilan, uning nisbiy chastotasini esa  $W(A)$  bilan belgilaymiz. O'tkazilgan jami sinovlar soni  $n = 1000$  ga, dastlabki 1000 ta natural sonlar ichida 5 ga karrali 200 ta natural son bor, demak,  $m = 200$ , nisbiy chastota esa

$$W(A) = \frac{200}{1000} = \frac{1}{5}$$

**Ehtimollikning geometrik ta'rifi.**

Barcha nuqtalari teng imkoniyatga ega bo'lgan biror soha (chiziq, yuza yoki hajm) berilgan bo'lib, bu sohaga tashlangan nuqtaning unga tushishi muqarrar bo'lsin. Shu berilgan soha- dan kichkina sohacha (chiziqcha yoki yuzacha yoki hajmcha) ajrataylik. Sohaga tashlangan nuqtaning ajratilgan sohachaga tushish ehtimolligi so'ralgan bo'lsin. Ajratilgan sohacha qancha katta bo'lsa, tushish ehtimolligi ham kattalashib boradi, sohacha sohaga tenglashganda esa tushish ehtimolligi muqarrar hodisaga aylanadi. Demak, tashlangan nuqtaning sohachaga tushish ehtimolligi sohacha kattaligiga to'g'ri proporsional bo'lib, uni geometrik nuqtai nazardan talqin qilish kerak bo'ladi. Bu joyda ehtimollikning klassik yoki statistik ta'riflaridan foydalanish unchalik to'g'ri emas. Bunday hollarda ehtimollikning geometrik ta'rifidan foydalanish qulaydir.

Agar tashlangan nuqtaning  $\Omega$  sohaga tushishi muqarrar bo'lsa, u holda bu nuqtaning shu sohadan ajratilgan  $\omega$  sohachaga tushish ehtimolligi  $\omega$  sohacha o'lchovining  $\Omega$  soha o'lchoviga nisbatiga teng bo'ladi:

$$P(A) = \frac{m(\omega)}{m(\Omega)}.$$

Bu yerda

$m(\omega)$  –  $\omega$  sohaning o'lchovi, ya'ni bir o'lchovli holda uzunlik, ikki o'lchovlida yuza, uch o'lchovlida hajm va hokazo.

Agar  $\Omega$  sohani o'lchovi  $L$  chiziq va  $\omega$  sohachani  $l$  chiziqcha deb olsak,  $L$ chiziqqa tashlangan nuqtaning  $l$  chiziqchaga tushish ehtimolligi quyidagicha bo'ladi:

$$P(A) = \frac{l}{L}.$$

Agar  $\Omega$  sohani  $S$  yuza va  $\omega$  sohachani  $s$  yuzacha deb olsak,  $S$  yuzaga tashlangan nuqtaning  $s$  yuzachaga tushish ehtimolligi quyidagicha bo'ladi:

$$P(A) = \frac{s}{S}.$$

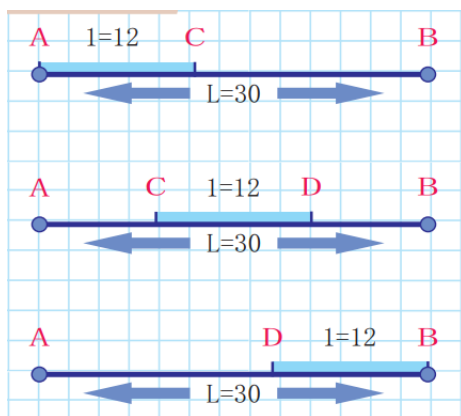
Agar  $\Omega$  sohani  $V$  hajm va  $\omega$  sohachani  $v$  hajmcha deb olsak, hajmga tashlangan nuqtaning  $v$  hajmchaga tushish ehtimolligi quyidagicha bo'ladi

$$P(A) = \frac{v}{V}.$$

Geometrik ta'rifdan vaqtga nisbatan ham foydalanish mumkin. Agar voqea  $T$  vaqt ichida sodir bo'lishi muqarrar bo'lsa, bu voqeaning  $t$  vaqt ichida sodir bo'lish ehtimolligi quyidagicha bo'ladi:

$$P(A) = \frac{t}{T}.$$

**5-misol.** Uzunligi 30 sm bo'lgan  $L$  kesma uzunligi 12 cm bo'lgan  $l$  kesma joylashtirilgan. Katta kesmaga tavakkaliga qo'yilgan. nuqtaning kichik kesmaga ham tushish ehtimolligini toping. Nuqtaning kesmaga tushish ehtimolligi kesmaning uzunligiga to'g'ri proporsional bo'lib, uning joylashishiga bog'liq emas deb faraz qilinadi.



**Yechish:** Tashlangan nuqtaning  $L$  kesmaga tushishi muqarrar.  $P(E)$  - bu  $L$  kesmada joylashgan  $l$  kesmaga tushish ehtimolligini topamiz.(yuqoridagi rasm). Rasmda faqatgina uch ho-lati ko'rsatilgan. Lekin  $l$  kesma  $L$  ning istalgan qismida joylashgan bo'lishi mumkin.

$$P(A) = \frac{l}{L} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}.$$

**Xulosa**

Ehtimollar nazariyasi, tasodifiy hodisalar va ularning ehtimollarini o'rganish orqali ko'plab sohalarda muhim ahamiyat kasb etadi. Bu nazariya tasodifiy natijalar bilan ishlashni tartibga solib, matematik modellar va statistik usullar yordamida aniq prognozlar qilish imkonini beradi. Ehtimollar nazariyasi yordamida insonlar murakkab tizimlarni tushunishga, qarorlar qabul qilishda noaniqlikni kamaytirishga va tasodifiy hodisalarni tahlil qilishda samarali yondashuvlarni ishlab chiqishga erishadilar. Shunday qilib, ehtimollar nazariyasi bizga tasodifiy hodisalar va ehtimollarni tushunish, ularni hisoblash va boshqarish imkonini berib, turli sohalarda samarali qarorlar qabul qilishda muhim vosita sifatida xizmat qiladi.

**FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:**

1. Nishonov T.S. Professional approach to teaching of elements of probability theory for students of economics. Наука и образование сегодня № 12 (59), 2020. 85-87 pp.
2. Ахлимирзаев А., Нишонов Т.С. Роль и значение практическо-профессионального подхода обучения теории вероятностей и

- математической статистики в подготовке будущих экономистов // Universum: психология и образование : электрон. научн. журн. 2021. 2(80). 12-17 с.
3. Sh.O. Alimov va boshqalar.. “Algebra” 9-sinf uchun darslik.-T.: “O’qituvchi” nashriyot matbaa ijodiy uyi, 2009-yil.
4. Adilbek Zaitov va boshqalar.. 10-sinf Algebra va analiz asoslari [Matn]: darslik / – Toshkent: Respublika ta’lim markazi, 2022-yil. – 192 b.