

KOMBINATORIKA MASALALARI

Qodiraliyeva Hidoyat

Andijon davlat universiteti

Matematika va mexanika fakulteti

Matematika yo'nalishi 4M2-guruh talabasi

***Annotatsiya:** Kombinatorika — matematikada elementlarning tuzilishi, joylashuvi va ular o'rtasidagi bog'lanishlarni o'rganadigan bo'limdir. Bu soha, asosan, elementlarni tartiblash, tanlash, guruhlash va joylashtirish kabi operatsiyalarni tahlil qilishga qaratilgan bo'lib, ko'plab amaliy ilovalarga ega. Kombinatorika masalalari asosan ikki toifaga bo'linadi: birinchi toifada elementlar o'rtasidagi bog'lanishlar yoki aloqalarni o'rganish, ikkinchi toifada esa ma'lum bir shartlarga mos ravishda elementlarni tanlash yoki joylashtirish masalalari ko'rib chiqiladi. Ushbu maqolada kombinatorika masalalarining asosiy turlari va ular bilan bog'liq bir nechta masalalarning yechimi bilan tanishib chiqamiz.*

***Kalit so'zlar:** kombinatorika, kombinatorik masalalar, elementlar, tartiblash, tanlash, guruhlash, ehtimol.*

Variantlarni qarab chiqishga oid kombinatorika masalalari

Kombinatorikaning asosiy savoli "qancha?", asosiy masalasi esa berilgan chekli sondagi obyektlarning u yoki bu shartga bo'ysunuvchi har xil kombinatsiyalarini sanashdir.

Variantlarni birma-bir qarab chiqishda quyidagi ikkita qoidaga amal qilish maqsadga muvofiq:

1. Kombinatsiyalarni harflar yoki raqamlar ketma-ketligi bilan belgilaymiz, bunda belgilash bir qiymatli bo'lishi kerak.
2. Kombinatsiyalarni alifbo tartibida (agar belgilashda harflar ishlatilsa) yoki sonlarni o'sish tartibida yozib chiqish.

Bunday holatda birorta ham variant qolib ketmaydi va ayrim variantlarning takrorlanishiga yo'l qo'yilmaydi.

1-masala. Madina olma, nok va mandarinni yemoqchi. Buni u necha usul bilan bajarishi mumkin?

▲ Mevalarni harflar bilan belgilaymiz: O-olma, N-nok, M-mandarin. Bu holda, masalan, NMO bu dastlab nok, so'ng mandarin va oxirida olma yeyilishiga mos variant.

Variantlarni yozib chiqamiz: MNO, MON, NMO, NOM, OMN, ONM. Jami 6 ta usul hosil bo'ldi.

2-masala. Raqamlari yig'indisi 4 dan kichik bo'lgan to'rt xonali sonlar nechta?

▲ Raqamlari yig'indisi 1, 2 va 3 bo'lgan to'rt xonali sonlarni o'sish tartibida yozamiz: 1000; 1001; 1002; 1010; 1011; 1020; 1100; 1101; 1110; 1200; 2000; 2001; 2010; 2100; 3000. Jami 15 ta son hosil bo'ldi.

3-masala. Birinchi raqami 2 bo'lgan va 1, 2, 3, 4 va 5 raqamlardan tashkil topgan uch xonali sonlar nechta?

▲ Oxirgi ikkita raqam bo'yicha barcha variantlarni qarab chiqamiz:

	1	2	3	4	5
1	211	212	213	214	215
2	221	222	223	224	225
3	231	232	233	234	235
4	241	242	243	244	245
5	251	252	253	254	255

Javob. Jami 25 ta son. ▲

4-masala. Maktabda beshta 11-sinf mavjud. Shu sinflardan ikki nafar navbatchini tanlashimiz kerak, bunda har qanday juftlikda turli sinf o'quvchilari bo'lishi kerak. Buni necha usulda amalga oshirsa bo'ladi?

▲ Sinflarni 1, 2, 3, 4, 5 raqamlar bilan belgilaymiz va variantlarni yozib chiqamiz: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5),

Javob. Jami 10 ta usul.

Qo'shish va ko'paytirish qoidalari

Qo'shish va ko'paytirish qoidalari kombinatorika masalalarini yechishda eng ko'p qo'llaniladigan va samarali usullar hisoblanadi.

5-masala. Savatda 5 ta olma va 3 ta nok bor. Savatdan 1 ta meva tanlashni necha usulda amalga oshirish mumkin?

▲ Olmani 5 ta usulda, nokni esa 3 ta usulda tanlash mumkin.

Demak, savatdan mevani tanlash $5+3=8$ usulda amalga oshirilishi mumkin.

6-masala.

a) Toqqa 7 ta yo'l olib boradi. Sayyoh toqqa chiqib, so'ng pastga tushmoqchi. Bu ishni necha usulda amalga oshirish mumkin?

b) Agar yuqoriga chiqish va pastga tushish har xil yo'llar bilan amalga oshirilsa, javob qanday o'zgaradi?

▲ a) Sayyoh toqqa 7 usulda chiqishi mumkin, har bir chiqishda 7 ta usulda pastga tushishi mumkin. Jami $7+7+7+7+7+7+7=7\cdot7=49$ ta usul.

b) Sayyoh toqqa 7 usulda chiqishi mumkin, har bir chiqishda 6 usulda pastga tushishi mumkin. Jami $7\cdot6=42$ ta usul. ▲

7-masala. Do'konda 5 ta turli piyola, 3 ta turli likopcha va 4 ta turli choy qoshig'i bor.

a) Piyola va likopcha juftligi necha usulda xarid qilinishi mumkin?

b) Piyola, likopcha va choy qoshig'i uchligi necha usulda xarid qilinishi mumkin?

c) Turli nomdagi ikkita idishning juftligi necha usulda xarid qilinishi mumkin?

▲ a) Dastlab piyolani tanlaymiz. Unga juft qilib uchta likopchadan ixtiyoriysini olishimiz mumkin. Jami beshta piyola bo'lgani sababli turli juftliklar soni 15 ($15 = 5\cdot3$) ga teng.

b) Oldingi masaladagi 15 juftliklardan ixtiyoriysini tanlaymiz. Uni choy qoshig'i bilan "uchlik" kacha 4 ta usulda to'ldirish mumkin. Shuning uchun

barcha uchliklar soni 60 ($60=15\cdot 4=5\cdot 3\cdot 4$) ga teng.

c) Uchta holat bo'lishi mumkin: birinchisi piyola va likopcha juftligi sotib olinadi, ikkinchisi - piyola va qoshiq, uchinchisi- likopcha va qoshiq. Har bir holat uchun juftliklar soni oson topiladi (birinchisida 15 ta, ikkinchisida 20 ta, uchinchisida 12 ta). Hammasini qo'shib chiqsak, barcha variantlar sonini topamiz: 47 ta.

Qo'shish qoidasi. Agar A obyekt m ta usul bilan, B obyekt esa boshqa n ta usul bilan tanlanishi mumkin bo'lsa, u holda (A yoki B) $m + n$ ta usul bilan tanlanishi mumkin.

Ko'paytirish qoidasi. Agar A obyekt m ta usul bilan tanlansa va shunday tanlashdan so'ng B obyekt n ta usul bilan tanlanishi mumkin bo'lsa, u holda (A va B) $m\cdot n$ ta usul bilan tanlanishi mumkin.

Takrorli va takrorsiz o'rinashtirishlar

8-masala. Xonada beshta chiroq bor. Ularning har biri yo yonishi, yo yonmasligi mumkin. Xonani nechta usulda yoritish mumkin?

▲ Har bir chiroq uchun ikkita variant mavjud yo yonish, yo yonmaslik. Jami bo'lib $2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=2^5=32$ ta usul.

Yuqoridagi masalani umumlashtiramiz: n ta elementdan tashkil topgan to'plamning barcha qism to'plamlari sonini topaylik.

To'plamning n elementlaridan har biri uchun ikkita imkoniyat bor-u yo qism to'plamga tegishli, yo tegishli emas. Oldingi masalaga o'xshab 2^n ta variant hosil bo'ladi.

9-masala. 3 ta tovuq, 4 ta o'rdak va 2 ta g'oz bor. Bir nechta qush tanlanmoqda, bunda tanlangan qushlar ichida ham tovuq, ham o'rdak, ham g'oz bo'lishi shart. Bunday variantlar soni nechta?

▲ Ixtiyoriy tovuq tanlanganlar ichida yo bor, yo yo'q. Shuning uchun tovuqni 2^3 ta usul bilan tanlab olishimiz mumkin. Shartga ko'ra tovuq albatta bo'lishi uchun $2^3-1=7$ ta imkoniyat bor. Xuddi shunday, o'rdakni $2^4-1=15$ ta, g'ozni esa $2^2-1=5$ ta usulda tanlasa bo'ladi.

10-masala. Futbol jamoasida 11 nafar o'yinchi bor.

a) Jamoa sardori va uning yordamchisi; b) jamoa sardori, uning birinchi yordamchisi, uning ikkinchi yordamchisi necha usulda tayinlanishi mumkin?

▲ a) Sardor etib jamoaning 11 nafar o'yinchisidan ixtiyoriysini tayinlash mumkin. Sardorning yordamchisi etib qolgan 10 nafar o'yinchidan ixtiyoriysini tayinlash mumkin. Shuning uchun jamoa sardori va uning yordamchisi $11 \cdot 10 = 110$ usulda tayinlanishi mumkin.

b) Jamoa sardori va uning birinchi yordamchisini $11 \cdot 10 = 110$ usulda tayinladik. Ikkinchi yordamchi etib qolgan 9 nafar o'yinchidan ixtiyoriysini tayinlash mumkin. Shuning uchun jamoa sardori, uning birinchi yordamchisi, uning ikkinchi yordamchisi $11 \cdot 10 \cdot 9 = 990$ usulda tayinlanishi

mumkin.

Bu masalada biz 11 elementli to'plamda tartiblangan juftliklar va tartiblangan uchliklar sonini topdik. Endi bu masalani umumiy holda yechaylik.

Ta'rif. n ta elementli $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ to'plam berilgan bo'lsin. Shu to'plamning ixtiyoriy k ta turli elementidan hosil qilingan tartiblangan $\{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}\}$ ketma-ketlik **n ta elementdan k tadan takrorsiz o'rinlashtirish** deb ataladi.

Bunday o'rinlashtirishlar soni A_n^k deb belgilanadi. Bu sonni topish uchun xuddi oldingi masaladagidek ish tutamiz.

Birinchi elementni tanlash uchun n ta usul, ikkinchi elementni tanlash uchun $n-1$ ta usul, uchinchi elementni tanlash uchun $(n-2)$ ta usul va h.k., oxirgi, k - elementni tanlash uchun $(n-k+1)$ ta usul mavjud. Demak,

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1).$$

11-masala. Barcha raqamlari turlicha bo'lgan yetti raqamli telefon nomerlari nechta?

▲ Birinchi raqamni tanlash uchun 10 ta usul (0 ham kiradi deb faraz qilamiz), ikkinchi raqamni tanlash uchun 9 ta usul, uchinchi raqamni tanlash uchun 8 ta usul va h.k., oxirgi raqamni tanlash uchun 4 ta usul mavjud. Demak, $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 604800$ ta telefon nomer.

Xulosa

Kombinatorika masalalari matematikada va turli ilmiy sohalarda katta ahamiyatga ega. Ushbu soha elementlarni tartiblash, tanlash, guruhlash kabi operatsiyalarni o'rganish orqali murakkab tizimlar va jarayonlarni tahlil qilish imkonini beradi. Kombinatorika yordamida ehtimollarni hisoblash, algoritmlar yaratish va optimallashtirish masalalari samarali hal etiladi. Uning amaliy ilovalari informatika, iqtisodiyot, biotexnologiya va ijtimoiy tarmoqlar kabi turli sohalarda qo'llanilib, ilmiy izlanishlar va texnologik taraqqiyotda muhim rol o'ynaydi. Shu bilan birga, kombinatorika masalalarini o'rganish orqali yanada murakkab va noaniq vaziyatlarni tushunishga yordam beradi, bu esa dolzarb muammolarni hal qilishda katta ahamiyatga ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Nishonov T.S. Professional approach to teaching of elements of probability theory for students of economics. Наука и образование сегодня № 12 (59), 2020. 85-87 pp.
2. Ахлимирзаев А., Нишонов Т.С. Роль и значение практическо-профессионального подхода обучения теории вероятностей и математической статистики в подготовке будущих экономистов // Universum: психология и образование : электрон. научн. журн. 2021. 2(80). 12-17 с.
3. Sh.O. Alimov va boshqalar.. “Algebra” 9-sinf uchun darslik.-T.: “O’qituvchi” nashriyot matbaa ijodiy uyi, 2009-yil.
4. Adilbek Zaitov va boshqalar.. 10-sinf Algebra va analiz asoslari [Matn]: darslik / – Toshkent: Respublika ta’lim markazi, 2022-yil. – 192 b.