

INTEGRAL TUSHUNCHASI

Denov tadbirkorlik va pedagogika

Institutining talabalari

Abdig'aniyeva Shahrizoda,

Aminova Mahliyo,

Karimova Durdona

Annotatsiya: Maqolada integral tushunchasi va uning kelib chiqish tarixi haqida batafsil ma'lumotlar keltirilgan. Aniq va aniqmas integrallar haqida batafsil ma'lumot berilgan. Integrallarning bir-biridan farqi aniq misollar yordamida tushuntirilgan. Integral orqali berilgan soha yuzasini hisoblashning metodik usuli misollar orqali to'liq yoritib berilgan.

Kalit so'zlar : *integral , aniq va aniqmas integral, yuza , soha , funksiya orqali chegaralangan soha.*

The concept of integral. Methodical method of calculating the surface of a given area by integral.

Abstract: *The article provides detailed information about the concept of integrals and the history of their origin. The differences between various types of integrals are explained using clear examples. Detailed information about definite and indefinite integrals is presented. The methodological approach to calculating the area of a given region using integrals is thoroughly explained with examples.*

Keywords: *Integral , definite and indefinite integral, area , region , region bounded by a function .*

Понятие интеграла. Методический подход к вычислению площади заданной области с использованием интегралов.

Аннотация : *В статье представлена подробная информация о понятии интегралов и истории их возникновения. Различия между разными типами интегралов объяснены с помощью наглядных примеров. Подробно изложена информация о определенных и неопределенных интегралах.*

Методический подход к вычислению площади заданной области с помощью интегралов полностью раскрыт на примерах.

Ключевых слов: *Интеграл, определённый и неопределённый интеграл, площадь, область, ограниченная функцией.*

Kirish.

Matematikada integral cheksiz kichik ma'lumotlarni birlashtirish natijasida yuzaga kelgan siljish, maydon, hajm, yuza va boshqa tushunchalarni tavsiflaydigan tarzda funksiyalarning qiymatlarini aniqlab beradi. Integrallarni topish jarayoni integrallash deb ataladi. Integrallash matematikaning asosiy va muhim tushunchalaridan biri bo'lib, matematikada ixtiyoriy shaklning maydoni, egri chiziqning uzunligi, berilgan soha yuzasini o'z ichiga olgan muammolarni hal qilish uchun vosita bo'lib xizmat qiladi. Maydonlar va hajmlarni hisoblash usullari qadimgi yunon matematikasidan kelib chiqqan bo'lsada, integrallash usullari va tamoillari XVII asr oxirida Issak Nyuton va Gotfrid Vilgelm Leybnits tomonidan alohida mustaqil ravishda ishlab chiqilgan bo'lib, ular egri chiziqning ostidagi maydonni cheksiz kichik kenglikdagi to'rtburchaklarning cheksiz yig'indisi deb hisoblaganlar. Keyinchalik Bernard Riman integrallarning qat'iy ta'rifini beradi. Riman hosil bo'gan yuzani yuqqa vertikal ustunlarga bo'lish orqali egri chizikli yuzaning maydoniga yaqinlashuvchi limit qiymatiga asoslanadi.

Integrallarni asosiy ikki tipga ajratib, ular aniq va aniqmas integrallar deb yuritiladi. Aniq integrallar biror funksiya grafigi bilan chegaralangan egri chiziqning tekislikda ikki nuqtasi maydon sifatida talqin qilinadi. Bunda, tekislikning gorizantal o'qining yuqori qismi yuzasi musbat, pastki qismidagi yuzalar esa manfiy hisoblanadi. Aniqmas integrallar esa berilgan funksiyaga qarshi hosila tushunchasini ham anglatadi.

Aniq integral matematik tahlilning eng asosiy amallaridan biridir.

Yuzlarni, yoy uzunliklarni, hajmlarni, o'zgaruvchan kuchning barcha ishini va shunga o'xshash bir qancha masalalari aniq integralga keltiriladi.

Aniq integralning asosiy xossalari

1° Chekli sondagi integrallanuvchi funksiyalar algebraik yig'indisining aniq integrali qo'shiluvchilari aniq integrallarining algebraik yig'indisiga teng , ya'ni

$$\int_a^b [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)]dx = \int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx - \int_a^b f_3(x)dx$$

2° O'zgarmas ko'paytuvchini aniq integral belgisidan chiqarish mumkin, ya'ni

$$\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$$

3° $[a; b]$ kesmada $f(x) \geq 0$ bo'lsa

$$\int_a^b f(x)dx \geq 0$$

bo'ladi.

4° $[a; b]$ kesmada $f(x) \leq g(x)$ bo'lsa

$$\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$$

bo'ladi.

5° $c \in [a; b]$ kesmadagi biror nuqta bo'lsa

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$
 tenglik o'rinli bo'ladi.

6° m va M sonlar $y = f(x)$ funkfiyaning $[a; b]$ kesmadagi mos ravishda eng kichik va eng kata qiymatlari bo'lsa,

$$m(b - a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b - a)$$
 bo'ladi.

$$7^\circ \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$8^\circ \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$9^\circ \int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(n)dn$$

10° $y = f(x)$ $[a; b]$ kesmada uzluksiz bo'lsa, bu kesmada shunday bir c nuqta topiladiki

$$\int_a^b f(x)dx = f'(c)(b - a)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Aniqmas integral

Ta'rif: $f(x)$ funksiyaning aniqmas integrali deb ,shu funksiyaning boshlang'ich funksiyalari to'plamiga aytiladi va u quyidagicha yoziladi:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Bunda \int – aniqmas integral belgisi , c – aniqmas integralning ixtiyoriy o'zgarmasi,

$f(x)$ – integral ostidagi funksiya , $f(x)dx$ – integral ostidagi ifodadir .

Aniqmas integralning xossalari.

1°.Aniqmas integralning hosilasi integral ostidagi funksiya

teng: $(\int f(x)dx)' = f(x)$

2° Aniqmas integralning differensialni integral ostidagi ifodaga teng.

$$d\left(\int f(x)dx\right) = \left(\int f(x)dx\right)'dx = f(x)$$

3°Biror funksiya differensialining aniqmas integrali shu funksiya bilan ixtiyoriy o'zgarmaning yig'indisiga teng, ya'ni

$$\int dF(x) = F(x) + c$$

4° O'zgarmaning ko'paytuvchini integral belgisi oldiga chiqarish mumkin.

$$\int pf(x)dx = p \int f(x)dx$$

p - o'zgarmaning son

5° Ikki yoki undan ortiq funksiya algebraik yig'indisining aniqmas integrali shu funksiyalar integrallarining algebraik yig'indisiga teng ya'ni

$$\int [f_1(x) + f_2(x) + \dots]dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx + \dots$$

Integrallar jadvali

1. $\int 0 dx = c$

2. $\int 1 dx = \int dx = x + c$

3. $\int x dx = \frac{x^2}{2} + c$

4. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + c$

$$5. \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$6. \int e^{mx} dx = \frac{1}{m} e^{mx} + c$$

Misol

$\int_1^4 x^2 dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Ushbu integralni hisoblash uchun quyidagicha mulohaza yuritimiz.

Bu integralimiz aniq integral tipiga mansub sababi berilgan integralimiz chegaralari $[1; 4]$ kesmadan iborat. Endi x^2 funksiyaning boshlang'ich funksiyasini topib olaylik. Bunda quyidagi aniqmas integral formulasidan foydalanamiz:

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1} + c$$

Bu yerda $m=2$. Endi berilgan ma'lumotlarni formulaga olib borib qo'yamiz

$$\int x^2 dx = \frac{1}{2+1} x^{2+1} + c$$

Ushbu hosil qilgan natijamiz berilgan aniq integralning aniqmas integral orqali hosil qilingan yechimidir.

Endi aniqmas integral orqali hosil qilingan yechim yordamida aniq integralimizni hisoblaymiz. Buning uchun $[1; 4]$ kesmadan foydalanamiz.

$$\int_1^4 x^2 dx = \frac{1}{2+1} x^{2+1} \Big|_1^4 = \frac{1}{3} x^3 \Big|_1^4$$

Integralni hisoblashda yuqori chegarani x ni o'rniga quyib hisoblaganda chiqqan qiymatdan, pastgi chegarani x ni o'rniga quyib hisoblagandagi qiymatni ayiramiz va yonidagi ko'paytuvchiga ko'paytiramiz. Oxirida hosil bo'lgan son aniq integralning qiymati hisoblanadi.

$$\frac{1}{3} (4^3 - 1^3) = \frac{1}{3} (64 - 1) = \frac{63}{3} = 21$$

Demak, bizga berilgan aniq integralning qiymati 21 ga teng ekan.

XULOSA

Aniq integral matematikaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, turli funksiyalar ostidagi soha yuzasini hisoblashda keng qo'llaniladi. Berilgan soha yuzasini hisoblashda integralning asosiy vazifasi – funksiyaning grafikasi ostidagi sohani aniqlashdir. Agar funksiya musbat bo'lsa, uning grafigi va x o'qi orasidagi soha, agar funksiya manfiy bo'lsa, uning grafigi ostidagi soha integral yordamida hisoblanadi.

Integral nafaqat matematikada, balki fizikada, iqtisodiyotda va boshqa ko'plab fanlarda qo'llanib, miqdoriy hisoblashlarni amalga oshirish uchun qulay vosita hisoblanadi. Shu sababli integrallarni o'rganish va ularni amaliy masalalarda qo'llash muhim ahamiyatga ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Dekhkonov Ulugbek, Tillaboev Yodgor, Orishov Utkirbek. Determining the Optimal Angular Velocity of a Vertical Axis Rotor Wind Unit. Jundishapur Journal of Microbiology, 15 (No.1), 3298-3302.
2. Mahmudov Z.S., Isaboev Sh.M., Abdujabborov A.A., Rakhmatillaev Y.N. Use of Modern Methods of Assessing Students' Knowledge // Jundishapur Journal of Microbiology, 15:1 (2022), p. 3280-3286.
3. Дехконов У.Ф., Исабоев Ш.М., Абдужабборов А.А. Шамол агрегати фойдали қаршилик моментнинг зарурий киммати // Journal of Advanced Research and Stability, “Academic Excellence on Science and Research”, Special Issue, 2022, p. 216-222.
4. Даминов, Ж.К. (2022). Некоторые методические советы по вычислению пределов функций многих переменных // Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 12(12).
5. Абдужабборов, А. (2022). Ортоғонал функциялар ва кўпхадлар мавзусини ўқитишга доир методик тавсиялар: Ортоғонал функциялар ва кўпхадлар мавзусини ўқитишга доир методик тавсиялар // Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 12(12).

6. Z. Mahmudov Z.S., Daminov J.A., Rahimov A.M. The Use Of Cluster Method In Lectures On Theoretical Mechanics // International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IPSAT), 2018, Vol. 27, p. 145-147.
7. Tillaboev Y., Daminov J. A., Najmiddinov I. The Effect of the Number of Rotor Plates on the Vertical Axis on the Value of the Moment of Inertia // Design Engineering, 2021, ISSUE 09. Pages:5504-5509.
8. Daminov J.A., Tillaboev Y., Agzamov K.S., Isaboev S.M., Abdujabborov A.A. The Mechanism of Experimental Determination of the Angular Velocity of the Working Shaft of the Wind Unit // Design Engineering, 2021, том 9 Pages:11814 - 11821.
9. Тиллабоев Е.К., Дадамирзаев М.Г., Абдулхафизов Б.Х. (2015). Об одном из методов решения уравнения Навье-Стокса Молодой ученый. Том 86, № 6, стр 7-12.
10. Тиллабоев Е.К., Хакимов Р.М., Холмирзаев Н.А. (2015). Организация приближённого решения уравнений состояния электрической цепи в MathCAD // Молодой ученый. Том 89, № 9, стр 44-48.
11. Tillaboev Y.K. Domino Interactive In Theoretical Mechanics Lectures Apply The Method // Innovative Technologica: Methodical Research Journal. 2021, Vol 2, № 07, p.43-48.
12. Тиллабоев Ё.К. О возможности mathcad при решения контурных уравнений электрической цепи // Теория и практика современной науки. 2016, № 6-2 (12), с. 219-224.
13. Dehqonov U., Tillaboev Y. Rotors Of Wind Aggregates and Their Construction Problems // International Journal of Progressive Sciences and Technologies, 2021, Vol 27, № 1. p.148-154.
14. Тиллабоев Е.К. Последовательности точек в m-мерном Евклидовом пространстве // Science and Education, scientific journal, 3:2 (2022), с.28-37.
15. Тиллабоев Е.К. О преподавании непрерывности функции многих переменных с помощью интерактивных методов // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), 1053-1062.