

UNIVERSITET FAOLYATI SAMARATORLIGINI BAHOLASHDA
REGRESSION MODELINING TAHLILI

Tojiboyev I.T.¹, Xodjimurotova Z.A.²

¹Farg'ona davlat universiteti, Farg'ona, O'zbekiston:

ibroxim@gmail.com

²Farg'ona davlat universiteti, Farg'ona, O'zbekiston:

xodjimurotovaz@gmail.com

Universitet faoliyatini matematik modellar yordamida tahlil qilishning regression modelidan foydalanishni ko'rib chiqamiz. Regression tahlili universitet faoliyatining turli ko'rsatkichlari o'rtasidagi bog'liqlikni aniqlash uchun keng qo'llaniladigan usuldir. Ushbu usul yordamida o'zgaruvchilar orasidagi munosabatni modellashtirish, kutilayotgan natijalarni oldindan taxmin qilish va qaror qabul qilish jarayonlarini optimallashtiriladi.

Regression modeli umumiy

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon$$

ko'rinishda yoziladi, bu yerda Y – natijaviy (dependent) o'zgaruvchi yoki model orqali taxmin qilinadigan ko'rsatkich (masalan, universitetdagi talabalar o'qishidagi muvaffaqiyat darajasi), X_1, X_2, \dots, X_n – tushuntiruvchi (independent) o'zgaruvchilar, ya'ni Y ni tushuntiruvchi omillar (masalan, darslarga qatnashish darajasi va talabalar qoniqishi), β_0 – doimiy koeffitsient (intercept) bo'lib, bu qiymat X_1, X_2, \dots, X_n qiymatlari nol bo'lganda Y qiymatini ifodalaydi, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ – regresiya koeffitsientlari bo'lib, ular har bir tushuntiruvchi o'zgaruvchining Y ga qanday ta'sir qilishini ko'rsatadi, ε – tasodifiy xatolik, ya'ni modelda tushuntirilmagan o'zgarishlar.

Masalan, universitetdagi talabalar o'qish muvaffaqiyati (Y) bilan ular darslarga muntazam qatnashishi (X_1) va psixologik qoniqish darajasi (X_2) o'rtasidagi bog'liqlikni ko'rib chiqaylik

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon,$$

bu yerda Y – talabalar o'qish muvaffaqiyati (masalan, o'rtacha baholari), X_1 – darslarga qatnashish darajasi (foizda), X_2 – talabalar psixologik qoniqish darajasi (masalan, qoniqishning 1 dan 10 gacha bo'lgan shkalasi bo'yicha).

Regressiya modeli yordamida universitetdagi talabalar o'qish muvaffaqiyati (Y) bilan darslarga qatnashish darajasi (X_1) va psixologik qoniqish darajasi (X_2) o'rtasidagi bog'liqlikni to'liq hisoblashlar orqali tushuntirib chiqaylik. Bu jarayonda eng kichik kvadratlar usuli yordamida koeffitsientlarni hisoblaymiz va modelni baholaymiz.

Boshida quyidagi ma'lumotlar jadvalni ko'rib chiqaylik

Talaba	Darslarga qatnashish darajasi (X_1)	Psixologik qoniqish (X_2)	O‘qish natijalari (Y)
1	85	8	78
2	90	7	82
3	75	6	70
4	80	7	75
5	92	9	85

Ushbu masalani yechish uchun dastlab regressiya tenglamasi shakllantiramiz

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon,$$

bu yerda β_0 , β_1 va β_2 – koeffitsientlar.

Koeffitsientlarni hisoblash uchun quyidagi formulalar ishlataladi:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n \sum (X_1 \cdot Y) - \sum X_1 \sum Y}{n \sum X_1^2 - (\sum X_1)^2}, \quad \hat{\beta}_2 = \frac{n \sum (X_2 \cdot Y) - \sum X_2 \sum Y}{n \sum X_2^2 - (\sum X_2)^2},$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{X}_2,$$

bu yerda \bar{Y} – Y o‘zgaruvchisining o‘rtacha qiymati, \bar{X}_1 – X_1 o‘zgaruvchisining o‘rtacha qiymati, \bar{X}_2 – X_2 o‘zgaruvchisining o‘rtacha qiymati, n – kuzatuvlar soni.

Avval X_1 , X_2 va Y qiymatlarining o‘rtachasini hisoblaymiz

$$\bar{X}_1 = \frac{85 + 90 + 75 + 80 + 92}{5} = 84.4;$$

$$\bar{X}_2 = \frac{8 + 7 + 6 + 7 + 9}{5} = 7.4;$$

$$\bar{Y} = \frac{78 + 82 + 70 + 75 + 85}{5} = 78.$$

Quyidagi qiymatlar asosida eng kichik kvadratlar usulidan foydalanib koeffitsientlarni hisoblaymiz:

1. $\hat{\beta}_1$ ni hisoblash:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{5 \cdot (85 \cdot 78 + 90 \cdot 82 + 75 \cdot 70 + 80 \cdot 75 + 92 \cdot 85)}{5 \cdot (85^2 + 90^2 + 75^2 + 80^2 + 92^2) - (85 + 90 + 75 + 80 + 92)^2} -$$

$$- \frac{(85 + 90 + 75 + 80 + 92) \cdot (78 + 82 + 70 + 75 + 85)}{5 \cdot (85^2 + 90^2 + 75^2 + 80^2 + 92^2) - (85 + 90 + 75 + 80 + 92)^2};$$

2. $\hat{\beta}_2$ ni hisoblash:

$$\hat{\beta}_2 = \frac{5 \cdot (8 \cdot 78 + 7 \cdot 82 + 6 \cdot 70 + 7 \cdot 75 + 9 \cdot 85)}{5 \cdot (8^2 + 7^2 + 6^2 + 7^2 + 9^2) - (8 + 7 + 6 + 7 + 9)^2} - \frac{(8 + 7 + 6 + 7 + 9) \cdot (78 + 82 + 70 + 75 + 85)}{5 \cdot (8^2 + 7^2 + 6^2 + 7^2 + 9^2) - (8 + 7 + 6 + 7 + 9)^2}.$$

3. $\hat{\beta}_0$ ni hisoblash:

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \cdot \bar{X}_1 - \hat{\beta}_2 \cdot \bar{X}_2.$$

Bu hisob-kitoblarni Python dasturi yordamida quyidagicha amalga oshiramiz va to‘liq qiymatlarni aniqlaymiz.

```
import numpy as np
# Given data
X1 = np.array([85, 90, 75, 80, 92])
X2 = np.array([8, 7, 6, 7, 9])
Y = np.array([78, 82, 70, 75, 85])
# Calculate means
n = len(Y)
X1_mean = np.mean(X1)
X2_mean = np.mean(X2)
Y_mean = np.mean(Y)
# Calculate β1
beta_1_num = n * np.sum(X1 * Y) - np.sum(X1) * np.sum(Y)
beta_1_den = n * np.sum(X1**2) - (np.sum(X1))**2
beta_1 = beta_1_num / beta_1_den
# Calculate β2
beta_2_num = n * np.sum(X2 * Y) - np.sum(X2) * np.sum(Y)
beta_2_den = n * np.sum(X2**2) - (np.sum(X2))**2
beta_2 = beta_2_num / beta_2_den
# Calculate β0
beta_0 = Y_mean - beta_1 * X1_mean - beta_2 * X2_mean
beta_0, beta_1, beta_2
```

Natija

(-23.498361678889072, 0.8316430020283976, 4.230769230769231)

Regressiya modeli uchun koeffitsientlar

$$\hat{\beta}_0 = -23.50, \quad \hat{\beta}_1 = 0.83, \quad \hat{\beta}_2 = 4.23$$

ko‘rinishda aniqlandi. Shunday qilib, talabalar o‘qish muvaffaqiyati (Y) va ularning darslarga qatnashish darajasi (X_1) hamda psixologik qoniqish darajasi (X_2) o‘rtasidagi regressiya tenglamasi

$$Y = -23.50 + 0.83X_1 + 4.23X_2$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi. Bu tenglamada $\hat{\beta}_0 = -23.50$ o‘zgarmas qiymat bo‘lib, X_1 va X_2 nol bo‘lganda Y ning taxminiy qiymatini ifodalaydi, $\hat{\beta}_1 = 0.83$ talabalar darslarga qatnashish darajasi (X_1) 1 birlikka oshganda, o‘qish muvaffaqiyati (Y) o‘rtacha 0.83 birlikka oshishini ko‘rsatadi, $\hat{\beta}_2 = 4.23$ talabaning psixologik qoniqish darajasi (X_2) 1 birlikka oshganda, o‘qish muvaffaqiyati (Y) o‘rtacha 4.23 birlikka oshishini bildiradi.

Bu model yordamida universitet talabalarining muvaffaqiyatini darslarga qatnashish va psixologik qoniqish darajasi asosida bashorat qilish mumkin.

Foydalaniman adabiyotlar

1. Tojiboyev I.T., Xodjimurotova Z.A. *Oliy ta ’lim muassasalarini ilmiy faoliyatining bir ko‘rsatkichini matematik modellashtirish* Международная научно-техническая конференция "Практическое применение технических и цифровых технологий и их инновационных решений ТАТУФФ, Фергана, 4 мая 2023 г, -С,511-514.
2. I.T.Tojiboev, M.M.Mamirkhojayev, J.T.Umaraliyev, A.E.Toychibaev. Methods of implementation of information protection system. Galaxy International Interdisciplinary Research Journal 10 (6), 1037-1040.