UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABI MATEMATIKA KURSIDA HOSILA TUSHUNCHASI

Nishonov T. *- Andijon davlat universiteti dotsenti.*
Qosimjonov D. *- Andijon davlat universiteti*
Matematika va mexanika fakulteti talabasi
Akbarov D. *- Andijon davlat universiteti*
Matematika va mexanika fakulteti talabasi

Hozirgi zamon matematikaning amaliy faoliyatga chuqur kirib borishi, uni fan-texnika va iqtisodda qo'llanishi bilan xarakterlanadi. Boshqacha aytganda, matematika amaliy masalalarni yechishda metodologik asos bo'lib qoldi. Shu bilan bir qatorda masalalar yechishda matematikadan tadqiqiy ko'nikma va malakalarni shakllantirmasdan turib, foydalanish mutlaqo mumkin emas. Tadqiqiy bilim, amaliy ko'nikma va malakalar matematikaning nazariy qurilishi bilan uning amaliy muammolarini bog'laydi.

Differensial hisob — matematikaning hosilalar va differensiallarni hisoblash, ularning xossalarini oʻrganish hamda funksiyalarni tekshirishga tatbiq qilish bilan shugʻullanadigan boʻlimidir. 17-asrga kelib Yevropada ishlab chiqarish kuchlarining oʻsishi, turli mashina va inshootlarning yaratilishi, kemasozlikning rivojlanishi, jumladan, matematika oldiga juda koʻp yangi masalalarni qoʻyganligi munosabati bilan differensial hisob va integral hisob gʻoyalari vujudga keldi. Differnsial hisobning vujudga kelishidagi dastlabki ishlar egri chiziqqa urinma oʻtkazish masalasini yechishda Ferma, René Descartes va boshqa matematiklar tomonidan qilingan.

Bugungi kunda hosilani maktab matematika kursining 11-sinfida eng avval orttirma kiritish orqali hisoblanib, keyin differensiallash qoidalari va hosila jadvali kiritilib o'rgatiladi.

Ta'rif:

$y = f(x)$ funksiyaning **hosilasi** deb quyidagi limitga (agar u mavjud bo'lsa) aytiladi:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}.$$

Odatda $y = f(x)$ funksiyaning hosilasi $f'(x)$ kabi belgilanadi. Hosilani topish amali *differensiallash* deyiladi.

$f'(x)$ belgilash o'rniga $\frac{dy}{dx}$ kabi belgilash ham qabul qilingan. Bu belgilashning "kasr" ko'rinishda ekanligini quyidagicha tushuntirish mumkin.

Agar orttirmalarni $h = \Delta x, f(x+\Delta x) - f(x) = \Delta y$ deb belgilasak, $f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ dan quyidagiga ega bo'lamiz

$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$.

Hosila ta'rifidan foydalanib, funksiyalarning hosilasini toping:

Misol 1.

1) $f(x) = x^3 - 7x + 5$;

2) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

1) $h \neq 0$ bo'lgani uchun

$f(x+h) = (x+h)^3 - 7(x+h) + 5 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - 7x - 7h + 5$;

$f(x+h) - f(x) = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - 7x - 7h + 5 - x^3 + 7x - 5 =$

$= 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - 7h$.

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3 - 7h}{h} = 3x^2 + 3xh + h^2 - 7.$$

$h \to 0$ da $3xh + h^2 \to 0$ bo'lgani uchun

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 3x^2 - 7$$

2. Ayirmali nisbatni tuzamiz:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\sqrt[3]{x+h} - \sqrt[3]{x}}{h} = \frac{(\sqrt[3]{x+h} - \sqrt[3]{x})\left(\sqrt[3]{(x+h)^2} + \sqrt[3]{(x+h)x} + \sqrt[3]{x^2}\right)}{h\left(\sqrt[3]{(x+h)^2} + \sqrt[3]{(x+h)x} + \sqrt[3]{x^2}\right)} =$$

$$= \frac{x+h-x}{h\left(\sqrt[3]{(x+h)^2} + \sqrt[3]{(x+h)x} + \sqrt[3]{x^2}\right)} = \frac{h}{h\left(\sqrt[3]{(x+h)^2} + \sqrt[3]{(x+h)x} + \sqrt[3]{x^2}\right)} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt[3]{(x+h)^2} + \sqrt[3]{(x+h)x} + \sqrt[3]{x^2}}.$$

$h \to 0$ da $\frac{1}{\sqrt[3]{(x+h)^2} + \sqrt[3]{(x+h)x} + \sqrt[3]{x^2}} \to \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$. Demak, , $(\sqrt[3]{x})' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

Hosilaning fizik ma'nosi quyidagicha tushuntirilgan.

Moddiy nuqtaning harakati $S = v(t)$ qoida bilan aniqlangan bo'lsin, bunda t vaqt, S bosib o'tilgan yo'l. Vaqtning t_0 va $t_0 + \Delta t$ qiymatlarida $(\Delta t > 0)$. $S = v(t_0)$ funksiya qiymatlari $v(t_0)$ va $v(t_0 + \Delta t)$ ga teng, $v(t_0 + \Delta t) - v(t_0)$ ayirma Δt vaqt oralig'ida o'tilgan ΔS yo'lni aniqlaydi:

$\Delta S = v(t_0 + \Delta t) - v(t_0)$ Demak, Δt vaqt ichida moddiy nuqta ΔS yo'lni o'tadi. Unda $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ nisbat moddiy nuqta harakatining o'rtacha tezligini bildiradi, $\Delta t \to 0$ da $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ ning limiti moddiy nuqtaning t_0 paytdagi oniy tezligini ifodalaydi.

$$\upsilon(t_0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t} = f'(t_0)$$

Shunday qilib, $S = v(t)$ funksiyaning t_0 nuqtadagi hosilasi mexanik nuqtai –

nazaridan $S = v(t)$ qoida bilan harakatlanayotgan moddiy nuqtaning t_0 paytdagi oniy tezligini bildirar ekan, ya'ni $S'(t) = \upsilon(t)$. Moddiy nuqtaning oniy tezligidan olingan hosila esa, uning oniy tezlanishga teng bo'ladi, $\upsilon'(t) = a(t)$.

Misol. $S = 2t^2 + t$ (m) qonuniyat bilan harakatlanayotgan moddiy nuqtaning $t = 3$ (sek) dagi oniy tezligini toping.

Yechish.

$$\upsilon(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2(t+\Delta t)^2 + (t+\Delta t) - 2t^2 - t}{\Delta t} = 4t + 1$$

Demak, $v(t = 3) = 4 \cdot 3 + 1 = 13$ m/sek, $\boldsymbol{v} = 13$ m/sek.

Bugungi kunda hosila eng avvalo umumta'lim maktabi matematika kursida o'rgatilib, so'ngra oliy ta'limda davom ettiriladi. Funksiya hosilasi matematikaning bir qancha sohalarida keng qo'llaniladi. Hosilada funksiyaning turli qiymatlarida oʻzgarish tezligini oʻrganishda keng qoʻllanadi. Yana hosilalar yordamida optimizatsiya masalalari yechiladi. Bunday masalalarda berilgan funksiyaning maksimum yoki minimum qiymatlari topiladi. Optimizatsiya masalalari iqtisod fanida juda keng ishlatiladi. Differensial va integral hisob bir-biri bilan chambarchas bogʻliq.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M, Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 1-qism. Akademik litseylar uchun darslik. Tuzatilgan 2-nashri.-T.:"O'qituvchi", 2003.-416 b.
2. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M.,Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 2-qism Akademik litseylar uchun sinov darsligi.-T.:"O'qituvchi", 2002.-368 b.
3. Abduaxmedov A. Nasimov X., Nosirov U.,Xusanov J. Algebra va analizdan masalalar to'plami. 1-qism. Akademik litseylar va kasb-xunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma.-T.:"SHarq", 2003.-152 b.