PUASSON TENGLAMASI UCHUN DIFFERENSIAL MASALANING QO‘YILISHI

Amirkulov Chori Jumayevich - *Termiz davlat universiteti*
(amirqulovchori@gmail.com)

Kalit so’z: Elliptik tipdagi tenglamalar, Puasson tenglamalari, to’r tenglamalari, Laplas tenglamalari, Direxli masalasi.

Annotatsiya: Elliptik tipga mansub bo‘lgan Laplas va Puasson tenglamalari uchun chegaraviy masalalarni ayirmali approksimasiyalash natijasida chiziqli algebraik tenglamalar sistemasiga kelinadi, ular ayirmali yoki to‘r tenglamalaridan iborat bo‘ladi.

Ushbu sistemadagi A matrisaning tadbiqi juda ham katta bo‘lib, u to‘r tugunlari soni N ga teng bo‘ladi. Masalan, har bir $x_1, x_2, \dots, x_p$ o‘zgaruvchilar bo‘yicha h qadam bilan to‘r kiritilgan bo‘lsa $(h_1 = h_2 = \cdots = h_p = h)$, u holda tugunlar soni $N = 0\left(\frac{1}{h^p}\right)$ ga teng bo‘ladi, bu erda p – masalaning o‘lchamlari soni. Ikki va uch o‘lchamli masalalar uchun tenglamalar soni $N \approx 10^{\varphi} - 10^6$ tadan ham ko‘p bo‘ladi (masalan, to‘r qadami $h = 1/100$ bo‘lganda). Bundan tashqari, algebraik sistema matrisasida juda ko‘p nol elementlar bo‘lib, u maxsus (lentasimon) ko‘rinishga ega va nihoyat, ushbu matrisa yomon shartlangan matrisa bo‘ladi, ya'ni, matrisaning eng katta xos qiymatining eng kichik xos qiymatiga nisbati juda katta bo‘ladi $(\sim 10^3 \sim 10^4)$ va $y\ 0(h^{-2})$ tartibli miqdorni tashkil etadi.

Elliptik tipdagi to‘r tenglamalarining keltirilgan xususiyatlarini inobatga olgan holda, ularni sonli echim uchun maxsus tejamli algoritmlar ishlab chiqish talab qilinadi. Ushbu toifadagi tenglamalarni sonli echish uchun to‘g‘ri va iterasiya metodlaridan foydalanish mumkin. To‘g‘ri metodlar odatda, doiradagi o‘ta muhim to‘r tenglamalarini echishda qo‘llaniladi. Bundan tashqari, to‘g‘ri metodlar iterasiya metodlarida yuqori qatlam operatori teskarisini topishda qo‘llaniladi.

Iterasiya metodlari esa elliptik tipdagi masalalarning umumiy sinfi uchun ixtiyoriy sohada, o‘zgaruvchan koeffisientli umumiy ko‘rinishdagi tenglamalarni echishga tadbiq etiladi.

To‘g‘ri to‘rtburchakli sohada

$$\overline{G} = \{0 \le x_\alpha \le l_\alpha, \qquad \alpha = 1,2\}$$

Puasson tenglamasi uchun Dirixle masalasini qaraylik, ushbu sohaning chegarasi Γ dan iborat bo‘lsin:

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = -f(x_1, x_2), (x_1, x_2) \in G, \qquad (1)$$

$$u|_{\Gamma} = \mu(x), \qquad x = (x_1, x_2) \in \Gamma$$

Qaralayotgan $\overline{G}$ sohada h_1 va h_2 qadamlar bilan to‘g‘ri to‘rtburchakli to‘r kiritamiz

$$w_h = \{x_{i_1 i_2} = (i_1 h_1, i_2 h_2) \in G,\ \ i_\alpha = 0,1, \dots, N_\alpha,\ \ h_\alpha \mu_\alpha = l,\ \ \alpha = 1,2\}$$

bunda $j_h = (x_{i_1 i_2} \in\ \Gamma)$ – to‘rning chegarasi bo‘lsin.

Differensial masala (1) ga mos ayirmali Dirixle masalasini qo‘yamiz

$$\Delta y = -f(x), \qquad x \in w_h, \qquad y|_{J_h} = \mu(x),$$

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2, \qquad \Delta_\alpha = y_{\overline{x}_\alpha x_\alpha}, \qquad \alpha = 1,2, \qquad (2)$$

$$y_{i_1 i_2} = y(i_1 h_1, i_2 h_2)$$

bu erda

$$\Delta_1 y_{i_1 i_2} = \frac{y_{i_1-1, i_2} - 2y_{i_1 i_2} + y_{i_1+1, i_2}}{h_1^2},$$

$$\Delta_2 y_{i_1 i_2} = \frac{y_{i_1, i_2-1} - 2y_{i_1 i_2} + y_{i_1, i_2+1}}{h_2^2}.$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Лин С.С. «Теория гидродинамической устойчивости». –М.:Иностранная литература., 1958−195с.
2. Бетчов Р. , Кпиминале В. «Вопроси гидродинамической устойчивости». –М.: Мир, 1971 –350с.
3. Шлихтинг Г. «Теория пограничного слоя» –М.: Наука, 1974 –571с.
4. Голдштик М. А., Штерн В. Н. «Гидродинимическая устойчивост и турбулентност». –Новосибирск: Наука, Сиб. отд –ние, 1977 –366с.
5. Дразин Ф. «Введение в теорию гидродинамической устойчивости». – М.:Физматлит, 2005 –88с.
6. Орсзаг С. А. “Ассурате Солутион оф тҳе Орр−Соммерфелд Стабилитй Еқуатион”//Ж.флуид меч. −1971.−№4(50).−П.689−701.
7. Гросч С.Е., Салшен Ҳ. “Тҳе Стабилитй оф стеадй анд тиме девелопмент плане Поисеулле флош”// Ж.флуид меч. −1968. −№1(34). –П.177−205.
8. Зебиб А. “А Чебйшев Метҳод фор тҳе Солутион оф боундарй валуе проблемс”//Ж.сомпут.пхйс. −1984. −№3(53). –П.443−455.
9. Абуталиев Ф. Б., Нармурадов Ч. Б. “Математическое моделирование проблеми гидродинамической устойчивости” – Ташкент, Фан ва технология, 2011−188с.