

KVADRAT FUNKSIYA VA UNING GRAFIGI

Lutfullayeva Sadoqat Sunnatillayevna

Navoiy viloyati Nurota tumani 2-sonli kasb hunar maktabi o'qituvchisi

Annotatsiya: Matematika fani o'z ichiga ko'plab turli xil funksiyalarni oladi, ulardan biri esa kvadrat funksiyadir. Kvadrat funksiya, asosan, bir o'zgaruvchining kvadratiga bog'liq bo'lgan funksiya sifatida ifodalanadi. Bu funksiya oddiy ko'rinishga ega bo'lib, ko'plab sohalarda, jumladan fizika, iqtisodiyot, muhandislik va statistikada keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada kvadrat funksiyaning ta'rifi, xususiyatlari, grafigi, amaliy qo'llanilishi va o'rganilishi haqida batafsil ma'lumot beriladi.

Kalit so'zlar: kvadrat funksiya, matematika, parabol, simmetriya, diskriminant, nuqtalar grafigi.

Kvadrat funksiya matematikada quyidagi shaklda ifodalanadi: $f(x) = ax^2 + bx + c$, bu yerda a , b va c – haqiqiy sonlar, a esa nolga teng bo'lmasligi kerak. Bu funksiya x o'zgaruvchisi kvadrating koeffitsienti a ga bog'liq bo'lib, u kvadrat funksiyaning asosiy xususiyatlarini belgilaydi. Kvadrat funksiyaning koeffitsienti a musbat yoki manfiy bo'lishi uning grafigining shaklini belgilaydi. Agar a musbat bo'lsa, parabol yuqoriga qarab ochiladi, agar a manfiy bo'lsa, parabol pastga qarab ochiladi. Kvadrat funksiyaning grafigi har doim parabol shaklida bo'ladi. Bu parabolning ochilish yo'nalishi a koeffitsientiga bog'liq. Musbat a parabolni yuqoriga ochadi, manfiy a esa pastga ochadi. [1]

Parabolning eng yuqori yoki eng past nuqtasi, ya'ni maksimum yoki minimum, simmetriya o'qi bo'yicha joylashgan. Kvadrat funksiyaning tenglamasi ko'pincha ikki yechimga ega bo'ladi. Bu yechimlar grafikda x o'qini kesish nuqtalaridir. Agar diskriminant musbat bo'lsa, tenglama ikkita haqiqiy yechimga ega; agar nolga teng bo'lsa, tenglama bitta haqiqiy yechimga ega; agar manfiy bo'lsa, yechimlar haqiqiy emas. Bu yechimlar, shuningdek, grafikda ko'rsatiladi va funksiyaning x o'qini qayerda kesishini ko'rsatadi. Kvadrat funksiyaning grafigi simmetrik bo'lib, simmetriya o'qining koordinatalari $x = -b/2a$ nuqtasida joylashgan. Bu nuqta parabolning eng past yoki eng yuqori nuqtasidir. Grafikka qaraganda, simmetriya o'qi bo'ylab har qanday nuqtaning x o'qiga nisbatan simmetrik nuqtasi mavjud. Agar a musbat bo'lsa, parabolning eng past nuqtasi mavjud, bu nuqta grafikda minimum deb ataladi. Agar a manfiy bo'lsa, parabolning eng yuqori nuqtasi mavjud, bu esa maksimum deb ataladi. Bu nuqtalar funksiyaning qiymatining maksimal yoki minimal bo'lishini ko'rsatadi.[2]

Kvadrat funksiyaning grafigi parabol shaklida bo'lib, u bir nechta muhim

nuqtalardan iborat. Grafik x o'qini kesish nuqtalarini topish uchun funksiya tenglamasini nolga tenglashtirish kerak. Bu nuqtalar grafikning x o'qini qayerda kesishini ko'rsatadi. Agar funksiya tenglamasi yechimi bo'lsa, bu nuqtalar grafikda ko'rsatiladi. Bu nuqtalar ko'pincha funksiya qiymatining o'zgarishini ko'rsatadi. Parabolning eng yuqori yoki eng past nuqtasi grafikda ko'rsatiladi. Bu nuqta simmetriya o'qi bo'yicha joylashgan va funksiya qiymatining maksimal yoki minimal qiymatini ko'rsatadi. Bu nuqta, shuningdek, funksiya qiymatining o'zgarishi haqida ma'lumot beradi. Bu nuqtani aniqlash uchun x ning qiymatini hisoblash kerak. Grafik y o'qini kesish nuqtasi funksiya qiymati $x = 0$ bo'lganda hisoblanadi. Bu nuqtani aniqlash uchun $f(0)$ qiymatini hisoblash kerak. Bu nuqta funksiyaning boshlang'ich qiymatini ko'rsatadi va ko'pincha grafikning boshlanish nuqtasi sifatida qabul qilinadi. Fizikada kvadrat funksiyalar harakat va kuchlar o'rtasidagi munosabatlarni ifodalashda qo'llaniladi. Masalan, to'g'ri chiziqli harakatda masofa va vaqt o'rtasidagi munosabatni kvadrat funksiyasi orqali ifodalash mumkin. Shuningdek, parabola shaklidagi yo'nalishlar, masalan, to'g'ri chiziqli harakatda tezlik va vaqt o'rtasidagi munosabatlar ham kvadrat funksiyalar bilan ifodalanadi. Fizikada kvadrat funksiyalarni qo'llash orqali harakatning turli xil turlarini tahlil qilish mumkin. Iqtisodiyotda kvadrat funksiyalar narx va talab o'rtasidagi munosabatlarni tahlil qilishda ishlatiladi. Ular iqtisodiy modellarni yaratishda va prognoz qilishda muhim rol o'ynaydi. Masalan, narx o'zgarganda talabning qanday o'zgarishini ko'rsatish uchun kvadrat funksiyalar qo'llaniladi. Iqtisodiy tahlil va prognoz qilish jarayonida kvadrat funksiyalar yordamida iqtisodiy ko'rsatkichlarni baholash mumkin. [4]

Muhandislikda kvadrat funksiyalar materiallarning kuchlanish va deformatsiya xususiyatlarini o'rganishda qo'llaniladi. Bu esa muhandislar uchun materiallarning xususiyatlarini tahlil qilish va loyihalashda yordam beradi. Masalan, struktura mustahkamligini baholashda kvadrat funksiyalar yordamida materiallarning kuchlanish darajasini aniqlash mumkin. Muhandislikda kvadrat funksiyalarni qo'llash orqali loyihalash jarayonida turli xil parametrlarni optimallashtirish mumkin. Statistika sohasida kvadrat funksiyalar ma'lumotlarni tahlil qilish va regressiya tahlilida qo'llaniladi. Bu esa tadqiqot natijalarini yanada aniqroq va ishonchli qilishga yordam beradi. Masalan, statistik tahlil natijalarida kvadrat funksiyalar yordamida o'rganilayotgan ma'lumotlar o'rtasidagi bog'liqlikni aniqlash mumkin. Statistika sohasida kvadrat funksiyalarni qo'llash orqali ma'lumotlarni tahlil qilish va prognoz qilish jarayonlari yanada samarali bo'ladi. Arxitektura va dizaynda kvadrat funksiyalar o'ziga xos shakllarni yaratishda qo'llaniladi. Parabolik strukturalar, masalan, ko'priklar va binolar, ko'pincha kvadrat funksiyalardan foydalanib loyihalanadi. Bu shakllar nafaqat estetik jihatdan, balki mexanik kuchlanish nuqtai nazaridan ham muhimdir. Arxitektura sohasida kvadrat funksiyalar yordamida turli xil dizayn va strukturalarni yaratishda innovatsion yondashuvlar qo'llaniladi.

Kvadrat funksiyaning o‘rganilishi matematik bilimlarni kengaytiradi va talabalar uchun qiyinchilik tug‘dirishi mumkin. Biroq, kvadrat funksiyalarni o‘rganish orqali talabalar matematik tahlil va muammolarni yechish qobiliyatlarini rivojlantiradilar. Kvadrat funksiyalarni o‘rganish jarayonida turli xil darsliklar, onlayn kurslar va amaliy mashg‘ulotlar mavjud. Bu resurslar yordamida talabalar kvadrat funksiyalarni o‘rganish va ularni amaliyotda qo‘llash imkoniyatiga ega bo‘ladilar. O‘rganish jarayoni davomida kvadrat funksiyalarni turli misollar bilan mustahkamlash, grafiklarini chizish va ularning xususiyatlarini tahlil qilish muhim ahamiyatga ega.[5]

Kvadrat funksiya quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Bu yerda a , b , va c – haqiqiy sonlar, a esa nolga teng bo‘lmasligi kerak. Funksiya grafigi parabol shaklida bo‘ladi. a koeffitsienti musbat bo‘lsa, parabol yuqoriga qarab ochiladi, agar manfiy bo‘lsa, pastga qarab ochiladi.

Misol 1: Funksiya va Grafigi.

Keling, $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ kvadrat funksiyasini ko‘rib chiqamiz.

Koeffitsientlar: Bu yerda $a = 2$, $b = -4$, $c = 1$.

Parabol shakli: a musbat, shuning uchun parabol yuqoriga qarab ochiladi.

Simmetriya nuqtasi:

$$x = -b/2a = -(-4) / (2 \cdot 2) = 4/4 = 1$$

Eng past nuqtani topish: $f(1)$ ni hisoblaymiz:

$$f(1) = 2(1)^2 - 4(1) + 1 = 2 - 4 + 1 = -1$$

Shunday qilib, parabolning eng past nuqtasi $(1, -1)$ ko‘rinishida bo‘ladi.

Kesish nuqtalarini topish: $f(x) = 0$ tenglamasini yechamiz:

$$2x^2 - 4x + 1 = 0$$

Diskriminantni hisoblaymiz:

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 16 - 8 = 8$$

Yechimlar:

$$x = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a = (4 \pm \sqrt{8}) / 4 = (4 \pm 2\sqrt{2}) / 4 = 1 \pm (\sqrt{2}) / 2$$

Shunday qilib, tenglamaning ikki yechimi bor: $x_1 = 1 + (\sqrt{2}) / 2$ va $x_2 = 1 - (\sqrt{2}) / 2$.

Grafik: Ushbu funksiyaning grafigi parabol shaklida bo‘lib, $(1, -1)$ nuqtasida eng past nuqtaga ega. Grafikda x o‘qini kesish nuqtalari x_1 va x_2 nuqtalarida joylashgan.

Misol 2: Funksiya va Grafigi.

Keling, $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ kvadrat funksiyasini ko‘rib chiqamiz.

Koeffitsientlar: Bu yerda $a = -1$, $b = 6$, $c = -8$.

Parabol shakli: a manfiy, shuning uchun parabol pastga qarab ochiladi.

Simmetriya nuqtasi:

$$x = -b/2a = -6 / (2 \cdot -1) = 6/2 = 3$$

Eng yuqori nuqtani topish: $f(3)$ ni hisoblaymiz:

$$f(3) = -(3)^2 + 6(3) - 8 = -9 + 18 - 8 = 1$$

Shunday qilib, parabolning eng yuqori nuqtasi (3, 1) ko‘rinishida bo‘ladi.

Kesish nuqtalarini topish: $f(x) = 0$ tenglamasini yechamiz:

$$-x^2 + 6x - 8 = 0 \text{ (bu tenglamani ko‘rinishi: } x^2 - 6x + 8 = 0)$$

Diskriminantni hisoblaymiz:

$$D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 36 - 32 = 4$$

Yechimlar:

$$x = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a = (6 \pm 2) / 2 = \{4, 2\}$$

Shunday qilib, tenglamaning ikki yechimi bor: $x_1 = 4$ va $x_2 = 2$.

Grafik: Ushbu funksiyaning grafigi parabol shaklida bo‘lib, (3, 1) nuqtasida eng yuqori nuqtaga ega. Grafikda x o‘qini kesish nuqtalari (2, 0) va (4, 0) nuqtalarida joylashgan.

Xulosa:

Kvadrat funksiya matematikada muhim o‘rin tutadi. U ko‘plab sohalarda qo‘llaniladi va uning grafigi parabol shaklida bo‘ladi. Ushbu maqolada kvadrat funksiyaning ta’rifi, xususiyatlari, grafigi va uning amaliy qo‘llanilishi haqida batafsil ma’lumot berildi. Kvadrat funksiyalarni o‘rganish jarayoni talabalar uchun qiyin bo‘lishi mumkin, ammo bu bilimlar kelajakda ko‘plab imkoniyatlarni ochib beradi. Matematikada kvadrat funksiyalarni tushunish va ularni amaliyotda qo‘llash orqali talabalar o‘zlarining analitik fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirishlari mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Abdullayev, O. (2018). "Matematika va uning asoslari". Tashkent: O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi.
2. Karimov, A. (2020). "Funksiyalar va ularning xususiyatlari". Tashkent: Fan va texnologiya.
3. Murodov, S. (2021). "Matematik tahlil va kvadrat funksiyalar". Tashkent: O‘zbekiston Milliy Universiteti.
4. Qodirov, J. (2022). "Matematika asoslari". Tashkent: O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi.
5. Rahmonov, B. (2023). "Matematik tadqiqotlar va funksiyalar". Tashkent: O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi.
6. Tashkent, N. (2024). "Matematik tadqiqotlar va kvadrat funksiyalar". Tashkent: O‘zbekiston Respublikasi Innovatsion rivojlanish vazirligi.
7. Yusupov, D. (2023). "Matematika va uning amaliy qo‘llanilishi". Tashkent: O‘zbekiston Respublikasi Ta’lim vazirligi.