

MATEMATIK LOGIKA PROPOZITSION VA PREDIKAT MANTIQLI, MATEMATIK ISBOTLAR, FORMAL TIZIMLAR

MUXTOROV BEHRUZ QUDRATILLO O'G'LI

Termiz davlat muhandislik
va agrotexnologiyalar
universiteti akademik litseyi
matematika fani o'qituvchisi

ANNOTATSIYA

Matematik logika – bu matematik fikrlash va tushunishning asoslarini tashkil etuvchi ilmiy soha bo'lib, u asosan propositsion va predikat mantiqini, matematik isbotlar jarayonlarini va formal tizimlarni o'rganishga qaratilgan. Matematik logika yordamida matematik tushunchalar va xususiyatlarni aniq ifodalash va isbotlash imkoniyati yaratiladi.

Propositsion mantiq o'z ichiga haqiqat qiymatlari (to'g'ri yoki noto'g'ri) bilan ifodalangan propositsiyalarni o'rganadi. U propositsiyalarni bir-biriga bog'lab, murakkab ifodalarga aylantirishni o'z ichiga oladi. **Predikat mantiq** esa ob'ektlar, ularning xususiyatlari va ular o'rtasidagi munosabatlarni tavsiflash uchun ishlatiladi. Bu mantiqda predikatlar, o'zgaruvchilar va kvantifikatorlar yordamida murakkab ifodalar quriladi.

Matematik isbotlar – bu matematik gipotezalarni yoki teoremlarni ishonchli tarzda tasdiqlash uchun qilingan rasmiy xulosalardir. Isbotlar yordamida matematik haqiqatlar asosli tarzda tasdiqlanadi va qabul qilinadi. Formal tizimlar esa rasmiy qoidalar va tizimlarda isbotlarni amalga oshirishda qo'llaniladi, bu tizimlarda aniq axborot va xulosalar tuziladi.

Kalit so'zlar: Matematik logika, propositsion mantiq, predikat mantiq, matematik isbotlar, formal tizimlar, teoremlar, kvantifikatorlar, ishonchli xulosalar.

KIRISH

Matematik logika – bu matematik va falsafiy fikrlashning asoslarini tashkil etadigan soha bo‘lib, u matematik tushunchalar, ularning o‘zaro munosabatlari va aniq isbotlash usullarini o‘rganadi. Ushbu soha matematik fikr yuritishning samarali va aniq usullarini taqdim etadi. Matematik logikaning asosiy bo‘limlari, jumladan, **propositsion mantiq, predikat mantiq, matematik isbotlar va formal tizimlar** haqidagi bilimlar, nafaqat matematikada, balki informatika, sun'iy intellekt, va boshqa ilmiy sohalarda ham keng qo‘llaniladi.

Nazariy jihatdan, matematik logika fikrlash va aniq tafakkur usullarini taklif etadi. Proposition va predikat mantiqlari, o‘z navbatida, murakkab matematik izlanishlarni tushunish va ifodalash uchun zarur vositalarni taqdim etadi. Proposition mantiqning asosiy elementlari – bu haqiqat qiymatlari (to‘g‘ri yoki noto‘g‘ri) va ularning o‘rtasidagi bog‘lanishlardir. Predikat mantiq esa ma'lum bir obyektlar va ularning xususiyatlari bilan ishlaydi. Matematik isbotlar esa teoremlarni tasdiqlash va ishonchli tarzda isbotlashning ilmiy usulidir.

Amaliy jihatdan, matematik logika kundalik hayotdagi murakkab qarorlar qabul qilish va tizimli fikrlash jarayonlarida qo‘llaniladi. Masalan, axborot texnologiyalarida algoritmlar yaratish, sun'iy intellekt tizimlarini ishlab chiqishda, ilmiy tadqiqotlarda va o‘qituvchilarda o‘quvchilarni matematik tafakkurga o‘rgatishda matematik logika o‘zgacha rol o‘ynaydi.

Bu soha nafaqat matematikani o‘rgatishda, balki ilm-fan, texnologiya va boshqa ko‘plab sohalarda tizimli va aniq yondashuvlarni shakllantirishga yordam beradi. Matematik logikaning murakkab tizimlarini tushunish va amalda qo‘llash orqali, nafaqat matematik ishlarni, balki boshqa ilmiy yo‘nalishlarni ham rivojlantirish mumkin.

ASOSIY QISM

Matematik logikaning asosiy komponentlarini, ya'ni **propositsion mantiq**, **predikat mantiq**, **matematik isbotlar** va **formal tizimlarni** amaliy misollar orqali yoritib chiqamiz.

1. **Propositsion mantiq**

Propositsion mantiq haqiqat qiymatlari (to'g'ri yoki noto'g'ri) yordamida ifodalangan ifodalar va ularning mantiqiy bog'lanishlarini o'rganadi. Misol sifatida, quyidagi propositsiyalarni ko'rib chiqamiz:

- P: "Agar yog'ingarchilik bo'lsa, yer nam bo'ladi."

- Q: "Yer nam bo'lsa, o'simliklar o'sadi."

Bu ikkita propositsiya mantiqiy bog'lanish yordamida to'g'ri yoki noto'g'ri bo'lishi mumkin. Bu yerda **"agar ... bo'lsa, ... bo'ladi"** tarzidagi shakl propositsion mantiqning tipik namunasi hisoblanadi.

Misol:

- $P \rightarrow Q$ (Agar yog'ingarchilik bo'lsa, o'simliklar o'sadi).

Bu bog'lanishning to'g'ri yoki noto'g'ri bo'lishi haqiqat qiymatlariga bog'liq. Agar birinchi propositsiya to'g'ri bo'lsa (yog'ingarchilik bor), va ikkinchisi ham to'g'ri bo'lsa (o'simliklar o'sadi), unda mantiqiy bog'lanish to'g'ri bo'ladi.

2. **Predikat mantiq**

Predikat mantiq ob'ektlar va ularning o'zaro munosabatlarini ifodalash uchun ishlatiladi. Bu mantiqda predikatlar, kvantifikatorlar (barcha, ba'zi) va o'zgaruvchilar qo'llaniladi.

Misol: "Har bir odamni sevaman" jumlasini predikat mantiqida quyidagicha ifodalash mumkin:

$\forall x (Odam(x) \rightarrow Sevaman(x))$

Bu yerda $\forall x$ – barcha odamlar uchun degan ma'noni anglatadi, va $Odam(x)$ predikat odamni ifodalaydi, $Sevaman(x)$ esa uni sevish holatini anglatadi. Buning natijasida bu mantiqda har bir odamni sevish kerakligi ko'rsatilgan.

3. Matematik isbotlar

Matematik isbotlar matematik gipotezalarni yoki teoremlarni ishonchli tarzda tasdiqlash uchun ishlatiladi. Matematik isbotlarda mantiqiy qoidalar va qat'iy qadamlar yordamida tasdiq qilinadi.

Misol: Teorema: "Har bir to'g'ri burchakli uchburchakda gipotenusa kvadrating maydoni katetlar kvadratlarining yig'indisiga tengdir."

Isbot:

1. Uchburchakning burchaklari 90° bo'lgani uchun to'g'ri burchakli uchburchakdir.
2. Pitagor teoremasiga ko'ra, gipotenusa kvadrati katetlar kvadratlarining yig'indisiga teng bo'ladi.
3. Buni formal tarzda isbotlash uchun mantiqiy qadamlar: $a^2 + b^2 = c^2$ (a va b katetlar, c gipotenusa).

4. Formal tizimlar

Formal tizimlar matematik isbotlarni amalga oshirishda qo'llaniladi. Tizimda ma'lum bir qoidalar va rasmiy xatoliklar yordamida matematik xulosalar chiqariladi.

Misol: Qoidalarga asoslangan rasmiy tizim:

1. Qoidalar: Agar $P \rightarrow Q$, P bo'lsa, unda Q.
2. Formal tizimda ushbu qoidalarni qo'llash orqali barcha matematik isbotlarni yaratish mumkin.

Amaliy qo'llanilish:

- **Kompyuter ilmiy tadqiqotlarida:** Formal tizimlar va matematik isbotlar algoritmlar ishlab chiqishda qo'llaniladi. Bu usul sun'iy intellekt tizimlarini yaratishda, masalan, mantiqiy yondashuvlarni qo'llashda samarali bo'ladi.

- **Muhandislikda:** Matematik mantiqlar (masalan, propositsion mantiq) kompyuter tarmoqlarining to'g'ri ishlashini ta'minlash uchun ishlatiladi. Shuningdek, bu tizimlar tizimli xavfsizlikni tekshirishda, kompyuter dasturlari va avtomatlashtirilgan tizimlar dizaynida qo'llaniladi.

XULOSA

Matematik logika nafaqat matematika va ilmiy tadqiqotlarda, balki real hayotdagi amaliy jarayonlarda ham keng qo'llaniladi. Proposition va predikat mantiqlari yordamida murakkab tizimlar va hodisalarni o'rganish mumkin, matematik isbotlar esa bu tizimlarning haqiqatini tasdiqlashga yordam beradi. Formal tizimlar matematik isbotlarning aniq va ishonchli tarzda amalga oshirilishini ta'minlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. **Koychiev, A. (2018).** *Matematik Logika va Uning Asosiy Tamoyillari*. Toshkent: O'zbekiston Respublikasi O'qituvchilar Akademiyasi.
2. **Kharchev, A. V. (2015).** *Introduction to Mathematical Logic*. Moscow: Higher Education Press.
3. **Bekmukhamedov, A. (2020).** *Matematik Mantiq: Asoslar va Amaliyot*. Tashkent: Fann.
4. **Shirinkin, S. A. (2017).** *Fundamentals of Mathematical Logic and Proof Theory*. New York: