

## DIFERENSIAL TENGLAMALAR ODDIY VA QISMAN DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA ULARNING YECHIMLARI

**MUXTOROV BEHRUZ QUDRATILLO O'G'LI**

Termiz davlat muhandislik va agrotexnologiyalar  
universiteti akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi

### ANNOTATSIYA

Diferensial tenglamalar matematikada tizimli o'zgarishlarni va jarayonlarni modellashtirish uchun muhim vositalardan biridir. Ular ko'plab tabiiy, texnik va iqtisodiy tizimlarni tasvirlashda qo'llaniladi. Bu ishda **oddiy** va **qisman differensial tenglamalar** va ularning yechimlari ko'rib chiqiladi. **Oddiy differensial tenglamalar** (ODT) faqat bir o'zgaruvchiga bog'liq bo'lib, ko'pincha vaqt bilan bog'liq jarayonlarni modellashtiradi. **Qisman differensial tenglamalar** esa bir nechta o'zgaruvchilarni o'z ichiga oladi va kengroq tizimlarni tavsiflash uchun ishlatiladi, masalan, issiqlik o'tkazilishi, akustik va elektromagnit to'lqinlar.

**Kalit so'zlar:** *Diferensial tenglamalar, Oddiy differensial tenglamalar, Qisman differensial tenglamalar, Yechimlar, Matematik modellashtirish, Fizik jarayonlar, Akustika, Elektromagnit to'lqinlar.*

### KIRISH

Diferensial tenglamalar matematik modellashda keng qo'llaniladigan asboblardan biridir. Ular tabiiy va texnik jarayonlarni matematik til bilan ifodalash imkoniyatini yaratadi. **Oddiy differensial tenglamalar** (ODT) asosan bir o'zgaruvchi bilan bog'liq bo'lib, vaqt yoki boshqa o'zgaruvchilar bilan bog'liq tizimlarni tasvirlashda ishlatiladi. Masalan, issiqlik o'tkazilishi, aholi o'sishi yoki iqtisodiy o'zgarishlar kabi jarayonlarni o'rganish uchun ishlatiladi.

**Qisman differensial tenglamalar** esa ko'proq o'zgaruvchilarni o'z ichiga olib, murakkab tizimlarni tavsiflashda qo'llaniladi. Bular, masalan, akustika, elektromagnit to'lqinlar, suyuqlik va gazlar dinamikasi kabi sohalarda qo'llaniladi.

Nazariy jihatdan, differensial tenglamalar tizimning o'zgarishlarini aniqlashga yordam beradi, ammo ularning yechimlarini topish ko'pincha qiyin bo'lishi mumkin. Amaliy jihatdan esa bu tenglamalar turli sohalarda, masalan, sanoat, tabiiy fanlar va iqtisodiyotda real tizimlar va jarayonlar modelini yaratish uchun ishlatiladi.

#### **Amaliy fikrlar:**

- Oddiy differensial tenglamalarni yechish uchun analitik va raqamli metodlar qo'llaniladi.

- Qisman differensial tenglamalar esa ko'proq hisoblash texnologiyalari yordamida yechiladi.

- Matematik modellashtirishda foydalaniladigan metodlar o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishlarni tahlil qilishga yordam beradi.

#### **Nazariy fikrlar:**

- Differensial tenglamalar tizimlarning xususiyatlarini va vaqt o'tishi bilan ularning o'zgarishlarini tushunishga yordam beradi.

- Tenglamalarning yechimlari tizimning kelajakdagi holatini prognoz qilish imkoniyatini yaratadi.

## **ASOSIY QISM**

### **1. Oddiy differensial tenglamalar (ODT)**

Oddiy differensial tenglamalar, odatda bir o'zgaruvchini ifodalovchi tenglamalar bo'lib, ko'pincha vaqt yoki boshqa bir parametr bilan bog'liq jarayonlarni modellashtirish uchun ishlatiladi. Ularning yechimlarini topishda analitik va raqamli metodlar qo'llaniladi.

#### **Misol 1: Aholi o'sishi modeli**

Aholi o'sishini modellashtirish uchun **logistik tenglama** quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{dP}{dt} = rP \left( 1 - \frac{P}{K} \right)$$

Bu yerda:

- P-aholi soni,
- R-o'sish tezligi,
- K-maksimal imkoniyatli aholi soni.

Bu tenglama, aholi sonining vaqt o'tishi bilan o'sishini tasvirlaydi. Yechimi yordamida aholi sonining kelajakdagi qiymatini prognoz qilish mumkin.

**Amaliy fikr:** Bu tenglama yordamida muayyan mintaqadagi aholi o'sishini kuzatib borish va uni boshqarish mumkin. Misol uchun, aholining o'sish tezligini kamaytirish uchun turli xil siyosiy yoki iqtisodiy choralar ko'rish mumkin.

## 2. Qisman differensial tenglamalar (QDT)

Qisman differensial tenglamalar bir nechta o'zgaruvchi bilan bog'liq bo'lib, ularni yechish ko'proq hisoblash texnologiyalari yordamida amalga oshiriladi. Bu tenglamalar asosan tabiiy jarayonlarni, masalan, issiqlik o'tkazilishi, suyuqliklar va gazlar dinamikasini tavsiflashda qo'llaniladi.

### Misol 2: Issiqlik tarqalishi modeli

Issiqlik tarqalishini ifodalovchi **qisman differensial tenglama** (odatda, Fourier tenglamasi deb ataladi) quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u$$

Bu yerda:

- $u(x, t)$  — x va t koordinatalarida issiqlikning taqsimlanishi,
- $\alpha$  — issiqlik tarqalish koeffitsienti,
- $\nabla^2$  — Laplas operatori (bu issiqlikning fazo bo'ylab tarqalishini hisoblaydi).

Bu tenglama yordamida issiqlikning biror materialda tarqalishini yoki sovishini modellashtirish mumkin.

**Amaliy fikr:** Bu tenglama sanoat ishlab chiqarishida, masalan, metallni qayta ishlashda yoki elektron qurilmalarda issiqlikni boshqarishda qo'llaniladi. Kompyuter simulyatsiyalari orqali issiqlik taqsimoti kuzatiladi va uni optimallashtirish uchun texnik choralar ko'riladi. **3. Elektromagnit to'lqinlar modellashtirish**

Elektromagnit to'lqinlar har xil fizika jarayonlarini, masalan, optika, radioaloqa, radar va boshqalarni modellashtirishda muhim ahamiyatga ega. Elektromagnit

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

to'lqinlarning tarqalishini tavsiflovchi **Maksvell tenglamalari** quyidagicha yoziladi:

#### 4. Suyuqliklar dinamikasi

Suyuqliklar va gazlar harakatini modellashtirish uchun **Navier-Stokes tenglamalari** ishlatiladi. Bu tenglamalar suyuqlikning harakatini tasvirlashda ishlatiladi va quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v}$$

Bu yerda:

- $\mathbf{v}$ -suyuqlikning tezlik vektori,
- $p$ -bosim,
- $\nu$ -suyuqlikning kinematik vishkozitasi.

**Amaliy fikr:** Suyuqliklar dinamikasi muhandislik sohasida, ayniqsa, neft sanoati, aerodinamikada, yelkanli va havo kemalarining dizaynida keng qo'llaniladi.

#### XULOSA

Diferensial tenglamalar real dunyo jarayonlarini modellashtirishda eng samarali va keng tarqalgan vositadir. Oddiy va qisman differensial tenglamalar yordamida turli tizimlar va jarayonlar tahlil qilinadi. Ularning yechimlarini topish amaliyotda analitik va raqamli metodlar yordamida amalga oshiriladi. Matematik modellashtirish

yordamida fizik va iqtisodiy tizimlar, ekologik jarayonlar va sanoatdagi ko'plab jarayonlar yaxshiroq tushuniladi va optimallashtiriladi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Nurdinov, S. (2018). **Differensial tenglamalar va ularning yechimlari**. Toshkent: Fan va texnologiya.
2. Karimov, A. (2019). **Matematik modellashtirish asoslari**. Toshkent: O'zbekiston davlat nashriyoti
3. Alimov, M., & Yusupov, Z. (2017). **Qisman differensial tenglamalar va ularga yechimlar**. Samarqand: Samarqand Universiteti
4. Gumerov, S. (2020). **Elektromagnit to'lqinlar va ular bilan bog'liq jarayonlar**. Toshkent: Iqtisodiyot va informatika.