

## BA'ZI BIR FUNKSIYALARNI INTEGRALLASH

*Rasulova Muborakxon Muxtorxo'ja qizi**Andijon davlat universiteti Matematika va mexanika fakulteti**Matematika yo'nalishi 4-bosqich talabasi*

**Annotatsiya:** Integrallash matematikada muhim o'rin tutadi, chunki u funksiya ostidagi maydonni hisoblash, differensial tenglamalarni yechish va ko'plab amaliy masalalarni hal qilishda qo'llaniladi. Ushbu maqolada turli xil funksiyalarni integrallash jarayonini ko'rib chiqamiz, ularning xususiyatlarini, usullarini va qo'llanilish sohalari haqida ma'lumotlar berilgan.

**Kalit so'zlar:** integrallash, funksiya, noaniq integral, boshlang'ich funksiya, trigonometrik funksiyalar, logarifmik funksiyalar.

Integrallash, asosan, ikki turga bo'linadi: aniq integral va noaniq integral. Noaniq integral berilgan funksiya uchun boshlang'ich funksiyani topish jarayonidir. Bu jarayonda funksiya ostidagi maydonni ifodalovchi yangi funksiya olinadi. Aniq integral esa, berilgan funksiya ostidagi maydonni hisoblash uchun ishlatiladi va bu jarayonda integratsiya chegaralari o'rnatiladi.

Noaniq integralni hisoblash jarayonida, berilgan funksiya  $f(x)$  uchun boshlang'ich funksiya  $F(x)$  topiladi. Bu jarayon quyidagi formulaga asoslanadi:

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Bu yerda  $C$  - doimiy. Noaniq integralni hisoblashda bir qator asosiy qoidalar va formulalar mavjud. Masalan, agar  $f(x) = x^n$  bo'lsa, unda noaniq integral quyidagicha hisoblanadi:

$$\int x^n dx = (x^{n+1}) / (n+1) + C \quad (n \neq -1)$$

Bu formula, har qanday natural son  $n$  uchun amal qiladi va u ko'plab matematik masalalarda qo'llaniladi.

Aniq integralni hisoblash jarayoni quyidagi formulaga asoslanadi:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Bu yerda  $a$  va  $b$  - integratsiya chegaralari. Aniq integralni hisoblashda, avval noaniq integral topiladi, so'ngra bu funksiya chegaralar bo'yicha hisoblanadi. Aniq integraldan foydalanish, masalan, maydonlarni, ishni yoki energiyani hisoblashda juda muhimdir. Endi turli xil funksiyalarni integrallash jarayonini ko'rib chiqamiz. Har bir funksiya uchun integrallash usuli va natijasi farq qiladi. Oddiy polinom funksiyalarni integrallash juda oson. Masalan,  $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$  funksiyasini integrallash jarayonida:

$$\int (3x^2 + 2x + 1) dx = \int 3x^2 dx + \int 2x dx + \int 1 dx$$

Bu holda, har bir qismni alohida hisoblaymiz:

$$= 3 \cdot x^3/3 + 2 \cdot x^2/2 + x + C = x^3 + x^2 + x + C$$

Trigonometrik funksiyalarni integrallashda ham o'ziga xos qoidalar mavjud.

Masalan,  $f(x) = \sin(x)$  funksiyasini integrallash jarayonida:

$$\int \sin(x) dx = -\cos(x) + C$$

Yana bir misol sifatida  $f(x) = \cos(x)$  funksiyasini ko'rib chiqamiz:

$$\int \cos(x) dx = \sin(x) + C$$

Ekspontial funksiyalarni integrallash ham juda muhimdir. Masalan,  $f(x) = e^x$  funksiyasini integrallash jarayonida:

$$\int e^x dx = e^x + C$$

Agar funksiya  $f(x) = a^x$  (bu yerda  $a$  - musbat son) bo'lsa, unda integrallash quyidagicha bo'ladi:

$$\int a^x dx = a^x / \ln(a) + C$$

Logarifmik funksiyalarni integrallashda ham o'ziga xos qoidalar mavjud.

Masalan,  $f(x) = \ln(x)$  funksiyasini integrallash jarayonida:

$$\int \ln(x) dx = x \ln(x) - x + C$$

Integrallash jarayonida turli xil usullar qo'llaniladi. Ular orasida quyidagilar mavjud:

O'zgarishlar usuli: Bu usulda integrallash jarayonida o'zgarishlar kiritiladi, bu esa hisoblashni osonlashtiradi. Masalan,  $u = g(x)$  o'zgarishi kiritilib, integral  $\int f(g(x)) g'(x) dx$  ko'rinishida ifodalanadi.

Qismlarga ajratish usuli: Bu usulda murakkab funksiyalarni oddiyroq qismlarga ajratish orqali integrallash amalga oshiriladi. Masalan,  $\int u dv$  ko'rinishidagi integralni hisoblashda,  $u$  va  $dv$  qismlarga ajratiladi.

Qayta integrallash usuli: Ba'zi hollarda, integrallash jarayonida bir necha marta integrallash talab qilinadi. Bu usul, masalan, ko'p o'zgaruvchilar funksiyalarini integrallashda qo'llaniladi.

Integrallash matematikada nafaqat nazariy masalalarda, balki amaliy masalalarda ham keng qo'llaniladi. Ular orasida fizikada ish, energiya, maydon va boshqa ko'plab tushunchalar mavjud. Masalan, jismning harakatini o'rganishda, uning tezligini integrallash orqali harakat yo'lini hisoblash mumkin. Shuningdek, iqtisodiyotda foyda va xarajatlarni hisoblashda ham integrallashdan foydalaniladi.

### **Xulosa:**

Integrallash matematikada muhim tushuncha bo'lib, u turli xil funksiyalarni hisoblashda, nazariy va amaliy masalalarni hal qilishda keng qo'llaniladi. Boshlang'ich funksiya va aniq integralning o'zaro bog'liqligi, shuningdek, turli xil funksiyalarni integrallash jarayoni matematik tahlil va hisob-kitoblarni yanada chuqurroq o'rganishga yordam beradi. Integrallash usullari va qo'llanilish sohalarini tushunish, matematik bilimlarni kengaytirishga va amaliy masalalarni yechishga yordam beradi.

**Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. Stewart, J. (2015). Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning.
2. Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, F. (2018). Thomas' Calculus. Pearson.
3. Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2012). Calculus. Wiley.
4. Spivak, M. (2006). Calculus. Publish or Perish.
5. Adams, W. (2013). Calculus: A Complete Introduction. Teach Yourself.
6. Larson, R., & Edwards, B. H. (2013). Calculus. Cengage Learning.
7. Strang, G. (2016). Calculus. Wellesley-Cambridge Press.