

## KETMA-KETLIKNING LIMITI

**Qodirova Odina**

*Andijon Davlat Universiteti Matematika fakulteti*

*Matematika yo'nalishi 4-bosqich talabasi*

**Annotatsiya:** Ketma-ketlikning limitida yaqinlashuvchi ketma-ketlik, uzoqlashuvchi ketma-ketlik, chegaralangan ketma-ketlik qanday bo'lishi, o'zgaruvchi ketma-ketlik, ketma-ketlikning cheksiz limitga ega bo'lishi haqida o'rganamiz. Bunda biz ketma-ketlikni yanada chuquroq o'rganamiz,

**Kalit so'zlar:** limit, yaqinlashuvchi, uzoqlashuvchi, limitga ega bo'lgan, limitga ega bo'lmagan, cheksiz limit, o'zgarmas.

Limit tushunchasi matematikaning muhim tushunchalaridan biridir. Limit tushunchasi bilan tanishishni umumiy hadi  $x_n = 2 + \frac{(-1)^n}{n}$  bo'lgan ketma-ketlikni o'rganishdan boshlasak maqsadga muvohiq bo'ladi. Ketma-ketligimiz quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$x_1 = 2 - \frac{1}{1}, x_2 = 2 + \frac{1}{2}, x_3 = 2 - \frac{1}{3}, \dots, x_n = 2 + \frac{(-1)^n}{n}, \dots$$

Ixtiyoriy  $\varepsilon$  musbat son olaylik. Sonlar o'qida markazi 2 nuqtada bo'lgan  $(2-\varepsilon; 2+\varepsilon)$  oraliqni hosil qilaylik. Bu holda ketma-ketlik hadlarini shunday  $N$  no'merini topaylik, shu  $N$  nomerli hadidan keyingi hadlari  $(2-\varepsilon; 2+\varepsilon)$  oraliqda yotadi. Haqiqatdan ham 2 nuqta bilan ketma-ketlik hadlarini tasvirllovchi nuqtalar orasidagi masofa  $\varepsilon$  dan kichik bo'lganda, ketma ketlikning bunday nomerli hadiga mos kelgan nuqtalar  $(2-\varepsilon; 2+\varepsilon)$  oraliqa tushib qoladi, bizga malumki  $x_n$  va 2 nuqtalar orasidagi masofa  $x_n$  va 2 ayirmasining absolyut qiymatiga, ya'ni  $|x_n - 2|$  ga teng bo'ladi,.

Demak: ketma-ketlikning  $n$  ninchi hadlari

$$\left| 2 + \frac{(-1)^n}{n} - 2 \right| < \varepsilon, \frac{1}{n} < \varepsilon \quad (1)$$

Tengsizlik bajarilgan holda va faqat shu holdagina  $(2-\varepsilon; 2+\varepsilon)$  oraliqda yotadi. (1) tengsizlikdan

$$n > \frac{1}{\varepsilon}$$

Bo'lishi kelib chiqadi, Bu esa  $\frac{1}{\varepsilon}$  sonining butun qismidan katta nomerga ega bo'lgan ketma-ketlik hadlari  $(2-\varepsilon; 2+\varepsilon)$  oraliqda yotishini ko'rsatadi. Ketma-ketlik

hadlarining nomerlari ortib borgani sari bu hadlarga mos kelgan nuqtalar 2 nuqtaga tobora yaqinlashib boradi.

Agar ixtiyoriy musbat  $\varepsilon$  son uchun shunday  $N$  nomer mavjud bo'lsaki, barcha  $n > N$  lar uchun

$$|x_n - a| < \varepsilon$$

Tengsizlik bajarilsa,  $a$  soni  $\{x_n\}$  ketma-ketlikning limiti deyiladi.

$a$  soni  $\{x_n\}$  ketma-ketlikning limiti ekanligini quyidagicha yoziladi.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$$

Ketma-ketlikning limiti ta'rifiga asosan yuqoridagi misolni quyidagicha yozish mumkin :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 2 + \frac{(-1)^n}{n} \right] = 2$$

Agar  $\{x_n\}$  ketma-ketlik biror chekli  $a$  limitga ega bo'lsa, bunday ketma-ketlik yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi.

Limitga ega bo'lmagan ketma-ketlik uzoqlashuvchi ketma-ketlik deyiladi.

**Limitga ega bo'lgan ketma-ketlik uchun bir nechta teoremlar keltirilgan.**

**1-teorema.** Ketma-ketlik bitta limitga ega bo'ladi.

**2-teorema.** Har qanday yaqinlashuvchi ketma-ketlik chegaralangan bo'ladi.

**3-teorema.** Agar  $\{x_n\}$  va  $\{y_n\}$  ketma-ketliklar mos ravishda  $a$  va  $b$  limitga ega, ya'ni  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$  hamda  $a < b$  bo'lsa, shunday  $N$  nomer topiladiki  $n > N$  bo'lganda  $x_n < y_n$  bo'ladi.

**4- teorema.** Agar  $\{x_n\}$ ,  $\{y_n\}$  va  $\{z_n\}$  ketma-ketliklar uchun  $x_n \leq y_n \leq z_n$  tengsizliklar bajarilib  $\{x_n\}$  va  $\{z_n\}$  ketma-ketliklar umumiy  $a$  limitga ega, ya'ni

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a$  bo'lsa,  $\{y_n\}$  ketma-ketlik ham o'sha  $a$  limitga ega bo'ladi, ya'ni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a$$

**5- teorema.** Agar  $\{x_n\}$  va  $\{y_n\}$  ketma-ketliklarning ikkalasi ham yaqinlashuvchi va  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$  bo'lsa, u holda quyidagi tengliklar o'rinlidir.

$$\lim(x_n \pm y_n) = \lim x_n \pm \lim y_n = a \pm b$$

$$\lim(x_n * y_n) = \lim x_n * \lim y_n = a * b$$

$$\lim \frac{x_n}{y_n} = \frac{\lim x_n}{\lim y_n} = \frac{a}{b} \quad (\lim y_n = b \neq 0)$$

Ta'rif. Hamma hadilari bir xil  $a$  songa teng bo'lgan ketma-ketlik o'zgarmas ketma ketlik deyiladi.

Har qanday o'zgarma  $\{x_n = c\}$  ketma-ketlik uchun  $\lim x_n = \lim c = c$  bo'ladi.

Masalan: 3,3,3,3,3... ya'ni  $x_n = 3$  ketma-ketlik uchun  $\lim x_n = \lim 3 = 3$ .

Ixtiyoriy  $M > 0$  soni uchun bu songa bog'liq shunday  $N_M$  soni topilsaki,  $\{x_n\}$  ketma-ketlik tartib raqami  $N > N_M$  shartni qanoatlantiruvchi barch hadlar uchun  $|x_n| > M$  teng

$\{x_n\}$  ketma-ketlikning limiti cheksiz ekanligi  $\lim x_n = \infty$  yoki  $\lim x_n = \pm\infty$  kabi yoziladi.

**Xulosa.** Ketma-ketlikning limiti matematik analiz kursida muhim o'ringa ega shu sababli bu limit tushunchasini o'rganishga harakat qildik. Yaqinlashuvchi ketma-ketlik limitga ega bo'lishi haqida malimotlar bilib olinadi, uzoqlashuvchi bo'lsa limiti mavjud bo'lmasligiga hamda, limitga ega bo'lgan ketma-ketlik chegaralangan ketma-ketlik ham deb ataladi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. O'zbekiston Respublikasi Oliy va O'rta Maxsus Ta'lim Vazirkigi Andijon Davlat Universiteti (A. Axlimirzayev) "Maktabda matematik analiz elementlari"
2. Azarov T. Mansurov X. "MATEMATIK ANALIZ" 1995
3. Xikmatov A. X., Turdulayev T. "Matematik analiz" 1990