ISSN 2181-3187

RATSIONAL TENGLAMALAR YECHISHDA SIMMETRIK TENGLAMALAR

Yo'ldashev Ziyoydin
Andijon davlat universiteti Matematika va mexanika fakulteti
Matematika yo'nalishi 4M3-guruh talabasi

Annotatsiya: Ratsional tenglamalar mavzusi algebra va matematik analizning muhim bo'limlaridan biridir. Ratsional tenglama — bu ratsional ifodalardan tuzilgan tenglamadir. Ratsional tenglamalarni yechishda simmetrik tenglamalar ham muhim ahamiyat kasb etadi. Ular orqali murakkab ratsional tenglamalar qulay usul bilan yechiladi. Ushbu maqolada ratsional tenglamalar turkumiga kiruvchi simmetrik tenglamalar ularni turlari va yechish usullari ko'rib chiqiladi.

Kalit so'zlar: tenglama, ratsional tenglama, simmetrik tenglama, yechish, yechim, ildiz.

Ratsional tenglamalar haqida qisqacha

Butun ratsional tenglamalar

Agar $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar butun ratsional ifodalar bilan berilgan bo'lsa,

$$f(x) = g(x)$$

tenglama, *butun ratsional tenglama* deyiladi.

Bunday tenglamaning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to'plami bo'ladi.

Ta'rif. Quyidagi ko'rinishdagi tenglama

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0, a_0 \neq 0.$$

standart ko'rinishdagi n-darajali butun ratsional tenglama deb ataladi.

Agar $a_0 = 1$ bo'lsa, $x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0$ tenglama keltirilgan n-darajali butun ratsional tenglama deb ataladi.

$a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ −koeffitsiyentlar,

a_n −ozod had deb ataladi.

Ma'lumki, *n*- darajali ko'phad tadan ko'p bo'lmagan ildizlarga ega bo'lishi mumkin, demak, har bir standart ko'rinishidagi *n*- darajali butun ratsional tenglama ham *n* tadan ko'p bo'lmagan ildizlarga ega bo'ladi.

Teorema: Butun koeffitsiyentli keltirilgan butun ratsional tenglamaning ildizlari butun son bo'lsa, ular ozod hadining bo'luvchilari bo'ladi.

Simmetrik tenglamalar va ularga keltiriladigan tenglamalar

Ushbu $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \cdots + cx^2 + bx + a = 0$ ko'rinishdagi butun ratsional tenglama *simmmetrik tenglama* deyiladi.

ISSN 2181-3187

Bunda tenglamaning boshidan va oxiridan bir xil uzoqlikda yotgan hadlarining koeffitsiyentlari bir-biriga teng bo'ladi. Simmetrik tenglamaning ildizlaridan hech biri nolga teng emasligini ko'rish oson.

Agar $x = 0$ tenglamaning ildizi bo'lsa, u holda biz $a = 0$ ga ega bo'lamiz va tenglamaning darajasi pastroq bo'ladi.

1.Oldin juft ($n = 2k$) darajali simmetrik tenglamani ko'rib chiqamiz.

Tenglamaning har ikkala qismini x^k ga bo'lib, hadlarni guruhlash natijasida uni quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$a\left(x^k + \frac{1}{x^k}\right) + b\left(x^{k-1} + \frac{1}{x^{k-1}}\right) + \cdots + b\left(x + \frac{1}{x}\right) + a = 0$$

Agar bu tenglamada $x + \frac{1}{x} = t$ deb belgilash kiritsak, ketma-ket quyidagilarni topamiz:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2, x^3 + \frac{1}{x^3} = t^3 - 3t; \ldots$$

Bu ifodalarni yuqoridagi tenglamaga qo'yib, t ga nisbatan k darajali tenglamani hosil qilamiz. x ning qiymatlarini esa $x^2 - tx + 1 = 0$ tenglamadan topamiz.

1-misol. $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish. Berilgan tenglama 4-darajali qaytma (simmetrik) tenglama. Uni yechish uchun tenglamaning ikkala tomonini $x^2 \neq 0$ ga bo'lamiz va unga teng kuchli tenglamani hosil qilamiz:

$$x^2 - 5x + 8 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

Qo'shiluvchilarni guruhlab, tenglamani quyidagi ko'rinishga keltirib olamiz

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 8 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = t, x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$$

belgilash kiritib, $t^2 - 5t + 6 = 0$ tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamani yechimlari $t_1 = 2$ va $t_2 = 3$. Bu qiymatlarni belgilashga qayta qo'yib, berilgan tenglamaning yechimi

$$x + \frac{1}{x} = 2, x + \frac{1}{x} = 3$$

tenglamalarning yechimi birlashmasiga teng bo'lishini ko'ramiz.

Bu tenglamalarni yechib,

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

ekanligini topamiz.

ISSN 2181-3187

Javob: $x_1 = 1, x_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

2. Toq darajali ($n = 2k + 1$) simmetrik tenglamani juft darajali simmetrik tenglamani yechoshga keltiriladi

Ushbu $ax^{2k+1} + bx^{2k} + cx^{2k-1} + \cdots + cx^2 + bx + a = 0$ tenglamaning $x = -1$ ildizga ega ekanligini ko'rish qiyin emas. Demak, bu tenglamaning chap qismi $x + 1$ ga bo'linadi. Tenglamaning ikkala qismini har biri $x + 1$ ga bo'linadigan qo'shiluvchilar yig'indisi ko'rinishida ifodalaymiz:

$$a(x^{2k+1} + 1) + bx(x^{2k-1} + 1) + cx^2(x^{2k-3} + 1) + \cdots + x^k(x + 1) = 0$$

$$(x + 1)(ax^{2k} + b_1x^{2k-1} + \cdots + b_1x + a) = 0$$

Shunday qilib, masala juft ko'rsatkichli ushbu $ax^{2k} + b_1x^{2k-1} + \cdots + b_1x + a$ simmetrik tenglamani yechishga keltiriladi.

Simmetrik tenglamaning yana o'ziga xos bir xususiyati bor. Agar $x = x_0$ soni simmetrik tenglamaning ildizi bo'lsa, u holda $x = \frac{1}{x_0}$ soni ham shu tenglamaning ildizi bo'ladi.

2-misol. $x^7 + 2x^6 - 5x^5 - 13x^4 - 13x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$ tenglamaning ildizlarini toping

Yechish. Toq darajali simmetrik tenglamaning ildizi $x = -1$ bo'ladi. Tenglamaning chap tarafidagi ifodani $x + 1$ ikkihadga bo'lib, quyidagi ko'paytuvchilarga ajratmiz:

$$(x + 1)(x^6 + x^5 - 6x^4 - 7x^3 - 6x^2 + x + 1) = 0$$

Har birini nolga tenglashtiramiz $x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -1$ yoki

$x^6 + x^5 - 6x^4 - 7x^3 - 6x^2 + x + 1 = 0$ bu tenglamada $x \neq 0$ bo'lgani uchun, tenglamaning ikkala tarafini $x^3 \neq 0$ ga bo'lish mumkin:

$$x^3 + x^2 - 6x - 7 + \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 0;$$

$$(x^3 + \frac{1}{x^3}) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) - 7 = 0$$

Belgilash kiritib olamiz:

$$x + \frac{1}{x} = t, x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2, x^3 + \frac{1}{x^3} = t^3 - 3t$$

va quyidagilarni hosil qilamiz:

$$t^3 + t^2 - 9t - 9 = 0$$

$$(t + 1)(t - 3)(t + 3) = 0.$$

Bundan, $t = -1, t = 3$ yoki $t = -3$.

$$1) t = -1 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -1 \Rightarrow \frac{x^2 + x + 1}{x} = 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{haqiqiy ildizi yo'q}$$

ISSN 2181-3187

$$2)t = 3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x + 1}{x} = 0 \Rightarrow x_{2,3} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$3)t = -3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -3 \Rightarrow \frac{x^2 + 3x + 1}{x} = 0 \Rightarrow x_{4,5} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Javob:

$$x_1 = -1, x_{2,3} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}, x_{4,5} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

3.Ushbu $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + l = 0, (l \neq 0)$ tenglama simmetrik tenglama bo'lishi uchun uning koeffitsiyentlari quyidagicha bog'langan bo'lishi kerak: $d = \lambda b, l = \lambda^2 a$

4. Quyidagi $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) = m$ tenglamani simmetrik tenglamaga keltirish uchun uning koeffitsiyentlari orasida $a + b = c + d$

(yoki $a + c = b + d$, yoki $a + d = b + c$) tenglik bajarilishi kerak. Bunda avval

$(x + a)(x + b)$ va $(x + c)(x + d)$ lar ko'paytirilib, keyin almashtirish bajariladi.

Xulosa

Ratsional tenglamalar ikki yoki undan ortiq algebraik ifodalarni o'z ichiga olgan tenglamalardir. Simmetrik tenglamalar ham ratsional tenglamani bir turi hisoblanib ularni yechish uchun, ko'pincha umumiy qoidalar, masalan, belgilash usuli qo'llaniladi. Ratsional tenglamalarni to'g'ri yechish uchun, ular ustida tahlil qilish va yechimlar uchun ehtiyotkorlik bilan tekshiruvlar o'tkazish zarur.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Nishonov T.S. Professional approach to teaching of elements of probability theory for students of economics. Наука и образование сегодня № 12 (59), 2020. 85-87 pp.

2. Ахлимирзаев А., Нишонов Т.С. Роль и значение практическо-профессионального подхода обучения теории вероятностей и математической статистики в подготовке будущих экономистов // Universum: психология и образование : электрон. научн. журн. 2021. 2(80). 12-17 с.

3. Sh.O. Alimov va boshqalar.. "Algebra" 9-sinf uchun darslik.-T.: "O'qituvchi" nashriyot matbaa ijodiy uyi, 2009-yil.

4.Adilbek Zaitov va boshqalar.. 10-sinf Algebra va analiz asoslari [Matn]: darslik / – Toshkent: Respublika ta'lim markazi, 2022-yil. – 192 b.

5. Jo'rayev T., Sadullayev A., Hudoyberganov G., Mansurov A., Vorisov A. Oliy matematika asoslari. 1-qism. O'zbekiston, Toshkent, 1995.