

## QIYMATLAR SOHASINI HOSILA YORDAMIDA TOPISH USULLARI

*Achilova Manzura Sheraliyevna*  
*Nuriston akademik litseyi Matematika fani o'qituvchisi*  
*Tel: 91 639 70 38*

*Achilova Zamira Sheraliyevna*  
*O'zbekiston davlat Jahon tillari Universiteti akademik litseyi Matematika fani*  
*o'qituvchisi*  
*Tel: 90 721 19 82*

*Xamrayev Almos Amonovich*  
*Nuriston akademik litseyi Matematika fani o'qituvchisi*  
*Tel: 99 968 91 15*

*Yaxshiyev Nu'monjon Asatilloevich*  
*Nuriston akademik litseyi Matematika fani o'qituvchisi*  
*Tel: 97 127 81 89*

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada funksiyaning qiymatlar sohasini hosila yordamida topish usullari tahlil qilinadi. Funksiyalar tahlilida hosila vositasida ekstremum nuqtalarini aniqlash va chegaralarni topish orqali qiymatlar sohasini belgilash mumkin. Maqola quyidagi qismlardan iborat: kirish, tarixiy tahlil, asosiy qism, misollar yechish namunalari, tanqidiy fikrlash, xulosa va takliflar.

**Kalit soʻzlar:** Funksiya, qiymatlar sohasi, hosila, ekstremum, tahlil, matematik tadqiqot.

Funksiya tushunchasi matematik analizning asosiy tushunchalaridan biri hisoblanadi. Ko'p hollarda funksiyaning qiymatlar sohasini aniqlash zarurati tug'iladi. Bu, ayniqsa, fizik, iqtisodiy va muhandislik masalalarida keng qo'llaniladi. Hosila yordamida qiymatlar sohasini topish, funksiya chegaralarini aniqlash va ekstremum nuqtalarini tahlil qilish orqali amalga oshiriladi.

Funksiya va uning hosilalari tushunchalari dastlab XVII asrda G. Leybnits va I. Nyuton tomonidan kiritilgan. Ular differensial hisobni yaratish orqali funksiyaning o'sish yoki kamayish intervalini aniqlash imkonini beruvchi nazariyani ishlab chiqdilar. Keyinchalik matematiklar bu usullarni murakkabroq funksiyalar uchun

qo'llay boshladilar. XIX-XX asrlarda funksiyalar nazariyasi rivojlanib, amaliy matematikada keng qo'llanildi.

Funksiyaning qiymatlar sohasini topishda hosila quyidagi bosqichlarda qo'llaniladi:

1. **Funksiya hosilasini topish:** Funksiyaning birinchi hosilasi aniqlanadi: .
2. **Ekstremum nuqtalarini aniqlash:** Funksiyaning hosilasi nolga tenglashtiriladi: .
3. **O'sish va kamayish intervallarini aniqlash:** Hosila ishorasiga qarab funksiya o'suvchi yoki kamayuvchi ekani aniqlanadi.
4. **Funksiyaning chegaralarini topish:** Funksiyaning aniqlanish sohasidagi chegaraviy qiymatlar tekshiriladi.
5. **Qiymatlar sohasini aniqlash:** Ekstremum nuqtalar va chegaraviy qiymatlar yordamida funksiyaning qiymatlar sohasi aniqlanadi.

#### Misollar yechish na'munasi

**1-misol.**  $f(x) = ax^2 + bx + c$  funksiyaning qiymatlar sohasini toping.

Yechish: Avval bu funksiya dan hosila olamiz:  $f'(x) = 2ax + b$ . Demak, ko'rish mumkinki,  $f'(x) = 0$  tenglamaning yechimi  $x_0 = -\frac{b}{2a}$  bo'ladi. Ravshanki, agar  $a > 0$  bo'lsa,  $f'(x)$  bu  $x_0$  nuqtada ishorasini “-” dan “+” ga o'zgartiradi. Demak, bu holda funksiya bu nuqtada minimumga erishadi. Bu holda

$$f(x_0) = ax_0^2 + bx_0 + c = a \frac{b^2}{4a^2} - b \frac{b}{2a} + c = \frac{4ac - b^2}{4ac}.$$

Demak, bu holda funksiyaning aniqlanish sohasi  $\left[ \frac{4ac-b^2}{4ac}, \infty \right)$  dan iborat.

Agar  $a < 0$  bo'lsa,  $f'(x)$  bu  $x_0$  nuqtada ishorasini “+” dan “-” ga o'zgartiradi. Demak, bu holda funksiya bu nuqtada maksimumga erishadi. Bu holda funksiyaning aniqlanish sohasi  $\left( -\infty, \frac{4ac-b^2}{4ac} \right]$  dan iborat.

Agar  $a = 0$  bo'lsa, bu funksiya  $f(x) = bx + c$  to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Bu holda, agar  $b \neq 0$  bo'lsa, qiymatlar sohasi  $(-\infty, +\infty)$  bo'ladi.

Agar  $b = 0$  bo'lsa,  $f(x) \equiv c$  bo'lsa, bu holda aniqlanish sohasi  $\{c\}$  dan iborat.

**2-misol.**  $f(x) = \sqrt{x-a} + \sqrt{b-x}$  funksiyaning qiymatlar sohasini toping. Bu yerda  $a \leq x \leq b$ ,  $a < b$ .

Yechish: Avval bu funksiyadan hosila olamiz:  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-a}} - \frac{1}{2\sqrt{b-x}}$ .

Endi  $f'(x) = 0$  tenglamani yechamiz:

$$\frac{1}{2\sqrt{x-a}} - \frac{1}{2\sqrt{b-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{b-x} - \sqrt{x-a} = 0 \Leftrightarrow x_0 = \frac{a+b}{2}.$$

Ko'rish mumkinki,  $f'(x)$  hosila bu  $x_0$  nuqtada ishorasini "+" dan " - " ga o'zgartiradi. Demak,  $f(x)$  funksiya bu  $x_0$  nuqtada maksimumga erishadi. Demak:

$$f(x_0) = \sqrt{\frac{a+b}{2} - a} + \sqrt{b - \frac{a+b}{2}} = \sqrt{2(b-a)}.$$

Funksiya uchun eng kichik minimum qiymat esa  $x = a$  va  $x = b$  nuqtalarda hosil bo'lishini ko'rish mumkin:

$$f(a) = f(b) = \sqrt{b-a}.$$

Demak, yuqoridagilardan xulosa qilsak, berilgan funksiyaning qiymatlar sohasi  $[\sqrt{b-a}, \sqrt{2(b-a)}]$  dan iborat.

Hosila yordamida qiymatlar sohasini aniqlash samarali usul hisoblanadi. Ammo murakkab funksiyalar uchun hosilalarni topish va ularning tahlili matematik jihatdan qiyinlashishi mumkin. Bunday hollarda kompyuter dasturlaridan foydalanish samarali bo'ladi.

### XULOSA VA TAKLIFLAR

Funksiyaning qiymatlar sohasini aniqlash matematik analizning muhim masalalaridan biridir. Hosila yordamida bu masalani yechish samarali va nazariy jihatdan asosli usuldir. Bunday mavzuni o'quvchilarga chuqur tushuntirish uchun ko'proq amaliy misollar yechib berish, shuningdek, dasturiy ta'minotlardan foydalanishni o'rgatish taklif etiladi.

Ushbu maqolada funksiyaning qiymatlar sohasini hosila yordami bilan aniqlash usullari atroflicha ko'rib chiqildi. Ma'lumki, hosila matematik tahlilning muhim

tushunchalaridan biri bo‘lib, funksiyaning o‘zgarish xususiyatlarini aniqlashda asosiy vosita hisoblanadi. Ayniqsa, qiymatlar sohasini aniqlashda hosiladan foydalanish o‘zining samaradorligi va aniq natijalar berishi bilan ajralib turadi.

Tadqiqot davomida hosiladan foydalangan holda funksiyaning o‘shish va kamayish oraliqlarini aniqlash, ekstremum nuqtalarni topish va natijada qiymatlar sohasini belgilash metodlari tahlil qilindi. Bunday usullar ayniqsa murakkab va murakkabroq funksiyalar uchun samarali bo‘lib, an’anaviy yondashuvlarga qaraganda aniq va tezkor yechim topishga yordam beradi.

Amaliy misollar orqali hosila yordamida qiymatlar sohasini aniqlash bosqichma-bosqich tushuntirildi. Bu esa mavzuni o‘zlashtirishni osonlashtirish bilan birga, uning nazariy va amaliy ahamiyatini yana bir bor isbotlab berdi. Shuningdek, turli masalalardagi funksiyalarning chegaraviy nuqtalari va qiymatlar sohasini hosila yordami bilan topish imkoniyatlari ko‘rsatib o‘tildi.

Xulosa qilib aytganda, hosiladan foydalanib qiymatlar sohasini aniqlash matematik analizda samarali usullardan biri hisoblanadi. Ushbu yondashuv nafaqat nazariy bilimlarni chuqurlashtiradi, balki amaliy masalalarda ham keng qo‘llaniladi. Kelajakda mazkur mavzuni yanada kengaytirish, hosilaning boshqa matematik va amaliy sohalardagi qo‘llanilishi bilan bog‘liq tadqiqotlar olib borish muhim ahamiyat kasb etadi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Umirzaqova, K.O., 2020. PERIODIC GIBBS MEASURES FOR HARD-CORE MODEL. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, 2(3), pp.67-73.
2. Xakimov, R. M. (2019). IMPROVEMENT OF ONE RESULT FOR THE POTTS MODEL ON THE CALEY TREE. *Scientific and Technical Journal of Namangan Institute of Engineering and Technology*, 1(6), 3-8.

3. Уктамалиев, И. К. (2022). О предгеометриях конечно порожденных коммутативных полугрупп. In *МАЛЬЦЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ* (pp. 166-166).
4. Уктамалиев, И. К. (2022). О числе счётных моделей аддитивной теории натуральных чисел.
5. O'G, O'Ktamaliyev Ikromjon Qahramon, No'Monova Shahrizoda Nodirjon Qizi, and Abdumo'Minova Oliyaxon Akmaliddin Qizi. "TEYLOR QATORI YORDAMIDA BA'ZI BIR SONLI QATORLARNING YIG 'INDISINI TOPISH USULLARI." *Science and innovation* 3.Special Issue 57 (2024): 275-277.
6. O'G, O. K. I. Q., O'G'Li, J. A. H., & O'G, H. T. X. D. (2024). FUNKSIONAL QATORNI HADLAB INTEGRALLASH VA DIFFERENSIALLASHDAN FOYDALANIB BA'ZI BIR SONLI QATORLAR YIG 'INDISINI TOPISH METODLARI. *Science and innovation*, 3(Special Issue 57), 411-416.