

## МЕТОД РЕШЕНИЯ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА С НЕПОСРЕДСТВЕННЫМ ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗАКОНОВ КИРХГОФА

Автор: А.Д.

**Аннотация:** В статье рассматривается принцип метода нахождения токов при непосредственном использования первого и второго законов Кирхгофа. Приводится пример практического применения метода. А также проверки правильности решения.

**Ключевые слова:** контур, ток, ветвь, электрический узел, сопротивление, электродвижущая сила.

Метод контурных токов представляет собой аналитический подход, используемый для расчета электрических токов в сложных электрических цепях. Метод контурных токов использует виртуальные контурные токи, которые протекают в каждом из независимых контуров. Действительный ток в любой ветви определяется как алгебраическая сумма контурных токов, к которым эта ветвь принадлежит [1].

### Порядок решения цепи.

1. Определяют количество уравнений, которое нужно составить для решения электрической цепи.
2. Произвольный выбор направления токов в цепи в каждой ветви.
3. Произвольный выбор положительного направления обхода контура.
4. Составление уравнений по I и II законам Кирхгофа и формирование из них системы уравнений.
5. Решение системы уравнений и определение искомых токов каждой ветви.

**1.** Количество уравнений, которое необходимо составить для первого закона Кирхгофа вычисляется по следующей формуле:

$$N_I = N_{\text{узлов}} - 1,$$

где  $N_I$  – количество уравнений для I закона Кирхгофа;

$N_{\text{узлов}}$  – количество узлов в электрической цепи.

Уравнения для первого закона Кирхгофа составляются для узлов.

Узел – место соединения нескольких ветвей. Ветвь – это участок электрической цепи, на котором все элементы соединены последовательно и по нему течет одинаковый по значению ток.

Контур электрической цепи — замкнутый путь, проходящий через несколько ветвей и узлов разветвлённой электрической цепи.

**Первый закон Кирхгофа:** алгебраическая сумма токов входящих и уходящих от узла равна нулю. То есть алгебраическая сумма входящих в узел токов равна алгебраической сумме уходящих от узла токов. Уравнения по первому закону Кирхгофа составляются для узлов.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \text{ или } \pm I_1 \pm I_2 \pm I_3 \pm \dots \pm I_n = 0$$

Токи, входящие в узел берут со знаком «+», а токи, уходящие от узла — со знаком «-». Или наоборот: токи, входящие в узел берут со знаком «-», а токи, уходящие от узла — со знаком «+».

Количество уравнений, которое необходимо составить для второго закона Кирхгофа вычисляется по следующей формуле:

$$N_{II} = N_{ветвей} - (N_{узлов} - 1),$$

где  $N_{II}$  — количество уравнений для II закона Кирхгофа.

**Второй закон Кирхгофа:** алгебраическая сумма электродвижущих сил в контуре равна алгебраической сумме падений напряжений в этом контуре. Уравнения по второму закону Кирхгофа составляются для контуров.

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n I_k R_k \text{ или } \sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n U_k \text{ или } \pm E_1 \pm E_2 \pm \dots \pm E_n = \pm U_1 \pm U_2 \pm \dots \pm U_n$$

Знак «+» ставится, если направление ЭДС совпадает с положительным направлением обхода контура и знак «-» ставится, если направление ЭДС не совпадает с положительным направлением обхода контура.

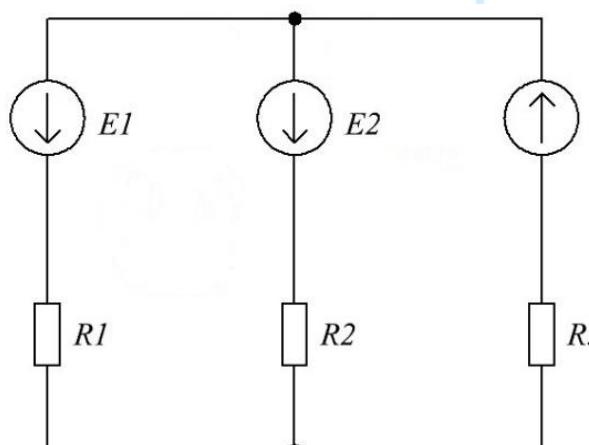
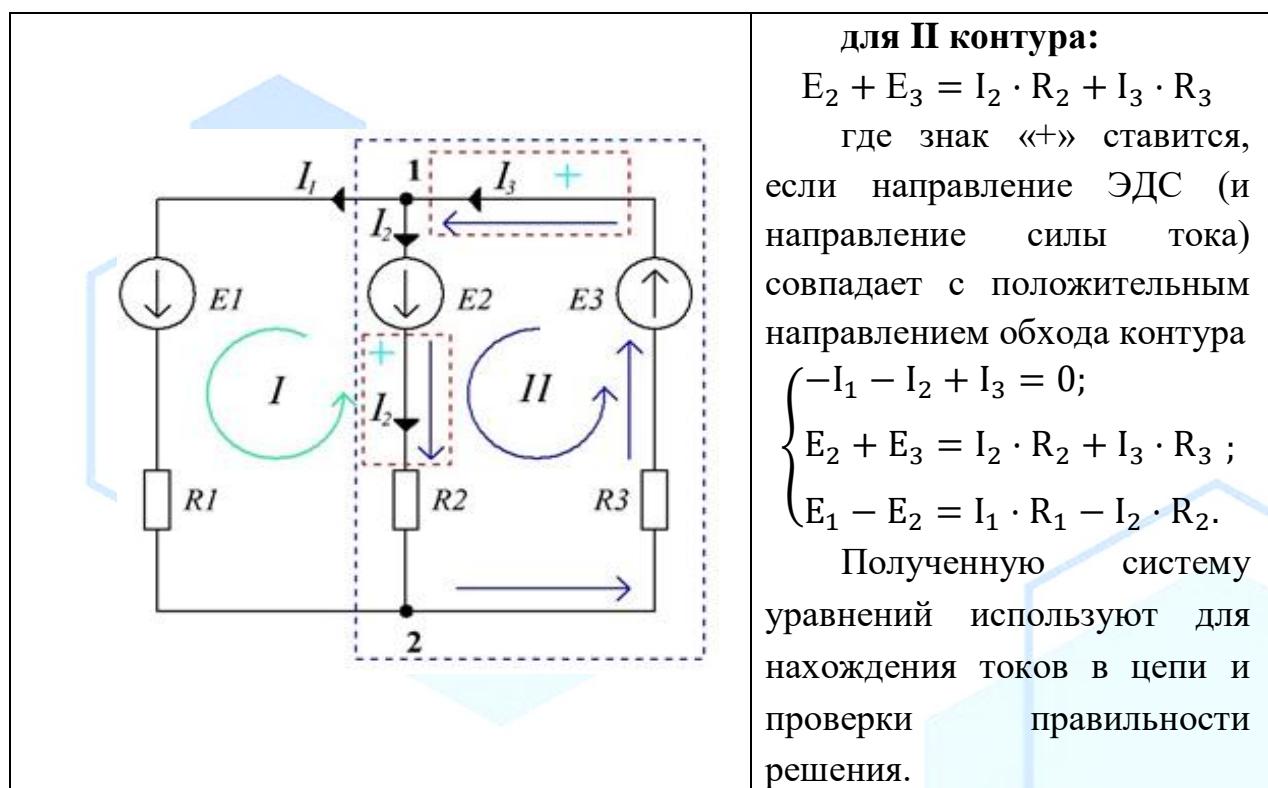


Рис.1. Двухконтурная электрическая цепь.

**Таблица 1. Составление уравнений Кирхгофа.**

	<ol style="list-style-type: none"> <li>Определяют количество узлов в цепи.</li> <li>Выбирают произвольное направление действительных токов <math>I_1</math>, <math>I_2</math>, <math>I_3</math>.</li> <li>Выбирают положительное направление обхода контура.</li> <li>Составляют уравнения для I закона Кирхгофа.</li> </ol> <p>Например, для узла 1:</p> $-I_1 - I_2 + I_3 = 0 \text{ или}$ $I_1 + I_2 - I_3 = 0$ <p>для узла 2:</p> $I_1 + I_2 - I_3 = 0 \text{ или}$ $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$
	<ol style="list-style-type: none"> <li>Находят число уравнений для II закона Кирхгофа.</li> </ol> <p>Для данной цепи <math>N_{\text{ветвей}} = 3</math> и <math>N_{\text{узлов}} = 2</math>, тогда</p> $N_{\text{II}} = N_{\text{ветвей}} - (N_{\text{узлов}} - 1)$ $N_{\text{II}} = 3 - (2 - 1) = 2$ <p>для I контура:</p> $E_1 - E_2 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2$ <p>где знак «+» ставится, если направление ЭДС (и направление силы тока) совпадает с положительным направлением обхода контура</p>



для II контура:

$$E_2 + E_3 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3$$

где знак «+» ставится, если направление ЭДС (и направление силы тока) совпадает с положительным направлением обхода контура

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_2 + E_3 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 ; \\ E_1 - E_2 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 . \end{array} \right.$$

Полученную систему уравнений используют для нахождения токов в цепи и проверки правильности решения.

Система уравнений для двух контуров составленная по законам Кирхгофа для данного случая.

$$\left\{ \begin{array}{l} -I_1 - I_2 + I_3 = 0; \\ I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = E_2 + E_3 ; \\ I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = E_1 - E_2 . \end{array} \right.$$

Приведём систему к общему виду для дальнейшего расчёта

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_{11}; \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_{22} ; \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_{33}. \end{array} \right.$$

где x, y, z соответственно равны I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub>, I<sub>3</sub>.

Получим следующую систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} -I_1 - I_2 + I_3 = 0; \\ 0 \cdot I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2 + E_3 ; \\ I_1 R_1 - I_2 R_2 + 0 \cdot I_3 = E_1 - E_2 . \end{array} \right.$$

Решим систему с помощью метода Крамера

Находят общий детерминант:



$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & R_2 & R_3 \\ R_1 & -R_2 & 0 \end{vmatrix}$$

Для нахождения остальных определителей столбец коэффициентов при соответствующей неизвестной (силы тока) заменяется столбцом свободных членов системы (ЭДС цепи).

Находят дополнительные определители системы:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ E_2 + E_3 & R_2 & R_3 \\ E_1 - E_2 & -R_2 & 0 \end{vmatrix}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & E_2 + E_3 & R_3 \\ R_1 & E_1 - E_2 & 0 \end{vmatrix}; \Delta_3 = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & R_2 & E_2 + E_3 \\ R_1 & -R_2 & E_1 - E_2 \end{vmatrix}.$$

Определяются неизвестные токи в уравнениях.

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

**Примечание!** Если в результате ток в ответе получился отрицательным, то это значит, что реальное направление тока в этой ветви противоположно выбранному направлению тока вначале расчётов.

Для дополнительной проверки решения составляют **баланс мощностей**.

$$P_{\text{ист}} \approx P_{\text{потр}}$$

Мощность источников:  $P_{\text{ист}} = \pm E_1 I_1 \pm E_2 I_2$

Если направление силы тока в ветви и ЭДС не совпадают то берётся знак “-”, так как источник ЭДС в таком случае является потребителем.

Мощность потребителей:  $P_{\text{потр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3$  или  $P_{\text{потр}} = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев А.Ю. Теоретические основы электротехники: учебное пособие. – Москва; Вологда: Инфра-Инженерия, 2023. – 208 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. — 9-е изд., перераб. и доп. — М.: «Высшая школа», 1996. — 638 с.