

МЕТОД РЕШЕНИЯ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА С НЕПОСРЕДСТВЕННЫМ ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗАКОНОВ КИРХГОФА

Ан А.Д.

Аннотация: В статье рассматривается принцип метода нахождения токов при непосредственном использовании первого и второго законов Кирхгофа. Приводится пример практического применения метода. А также проверки правильности решения.

Ключевые слова: контур, ток, ветвь, электрический узел, сопротивление, электродвижущая сила.

Метод контурных токов представляет собой аналитический подход, используемый для расчета электрических токов в сложных электрических цепях. Метод контурных токов использует виртуальные контурные токи, которые протекают в каждом из независимых контуров. Действительный ток в любой ветви определяется как алгебраическая сумма контурных токов, к которым эта ветвь принадлежит [1].

Порядок решения цепи.

1. Определяют количество уравнений, которое нужно составить для решения электрической цепи.
2. Произвольный выбор направления токов в цепи в каждой ветви.
3. Произвольный выбор положительного направления обхода контура.
4. Составление уравнений по I и II законам Кирхгофа и формирование из них системы уравнений.
5. Решение системы уравнений и определение искомых токов каждой ветви.

1. Количество уравнений, которое необходимо составить для первого закона Кирхгофа вычисляется по следующей формуле:

$$N_I = N_{\text{узлов}} - 1,$$

где N_I – количество уравнений для I закона Кирхгофа;

$N_{\text{узлов}}$ – количество узлов в электрической цепи.

Уравнения для первого закона Кирхгофа составляются для узлов.

Узел – место соединения нескольких ветвей. Ветвь – это участок электрической цепи, на котором все элементы соединены последовательно и по ним течет одинаковый по значению ток.

Контур электрической цепи — замкнутый путь, проходящий через несколько ветвей и узлов разветвлённой электрической цепи.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма токов входящих и уходящих от узла равна нулю. То есть алгебраическая сумма входящих в узел токов равна алгебраической сумме уходящих от узла токов. Уравнения по первому закону Кирхгофа составляются для узлов.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \text{ или } \pm I_1 \pm I_2 \pm I_3 \pm \dots \pm I_n = 0$$

Токи, входящие в узел берут со знаком «+», а токи, уходящие от узла — со знаком «-». Или наоборот: токи, входящие в узел берут со знаком «-», а токи, уходящие от узла — со знаком «+».

Количество уравнений, которое необходимо составить для второго закона Кирхгофа вычисляется по следующей формуле:

$$N_{\Pi} = N_{\text{ветвей}} - (N_{\text{узлов}} - 1),$$

где N_{Π} — количество уравнений для Π закона Кирхгофа.

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма электродвижущих сил в контуре равна алгебраической сумме падений напряжений в этом контуре. Уравнения по второму закону Кирхгофа составляются для контуров.

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n I_k R_k \text{ или } \sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n U_k \text{ или } \pm E_1 \pm E_2 \pm \dots \pm E_n = \pm U_1 \pm U_2 \pm \dots \pm U_n$$

Знак «+» ставится, если направление ЭДС совпадает с положительным направлением обхода контура и знак «-» ставится, если направление ЭДС не совпадает с положительным направлением обхода контура.

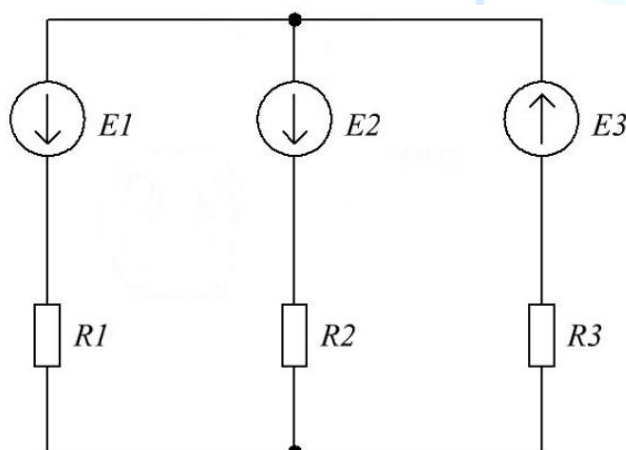
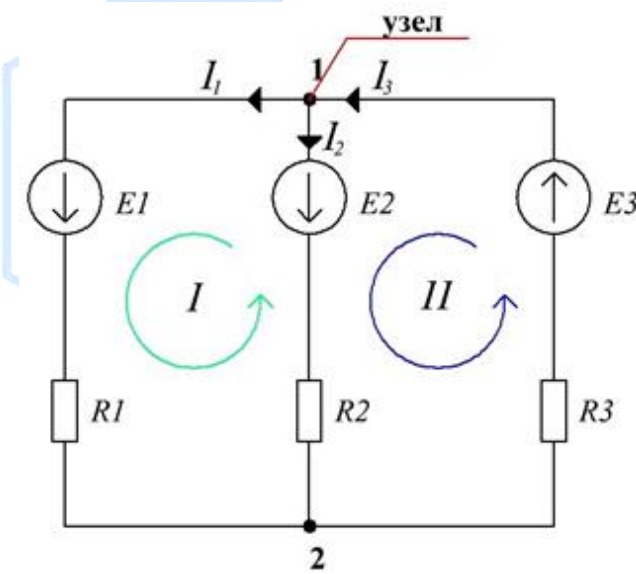
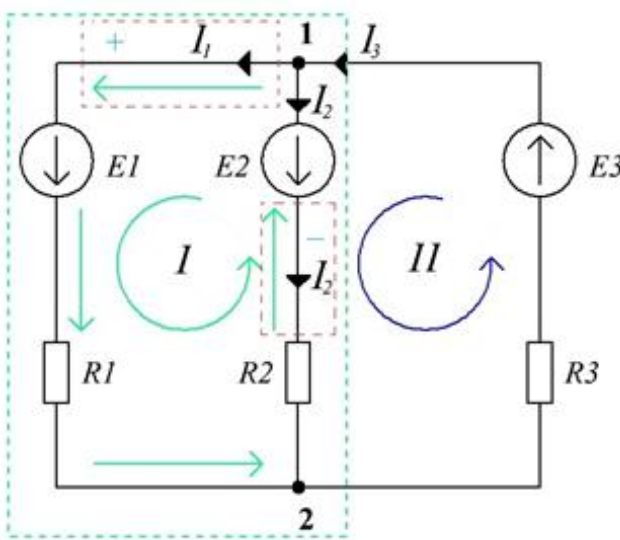
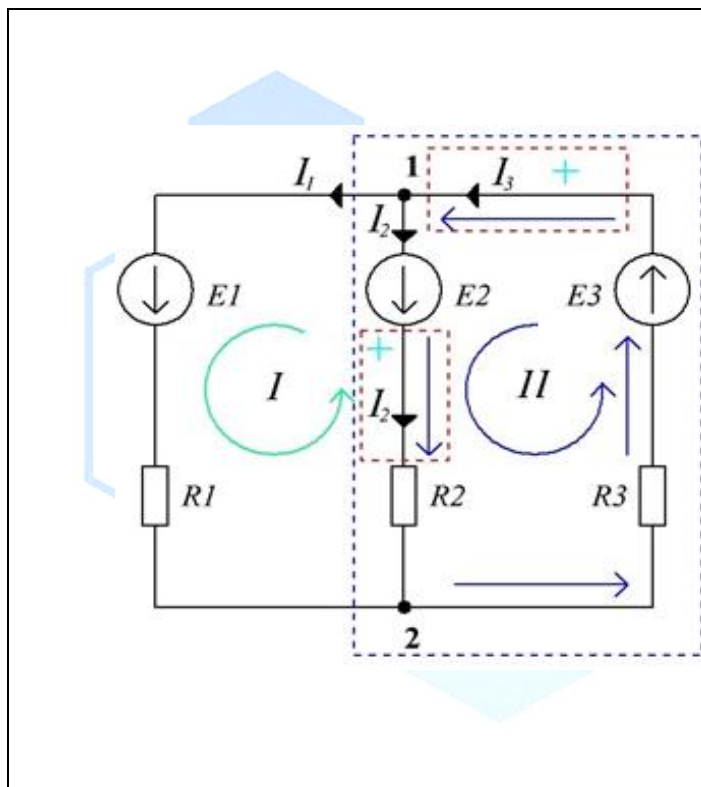


Рис.1. Двухконтурная электрическая цепь.

Таблица 1. Составление уравнений Кирхгофа.

	<p>1. Определяют количество узлов в цепи.</p> <p>2. Выбирают произвольное направление действительных токов I_1, I_2, I_3.</p> <p>3. Выбирают положительное направление обхода контура.</p> <p>4. Составляют уравнения для I закона Кирхгофа.</p> <p>Например, для узла 1: $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$ или $I_1 + I_2 - I_3 = 0$</p> <p>для узла 2: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$ или $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$</p>
	<p>5. Находят число уравнений для II закона Кирхгофа.</p> <p>Для данной цепи $N_{\text{ветвей}} = 3$ и $N_{\text{узлов}} = 2$, тогда $N_{\text{II}} = N_{\text{ветвей}} - (N_{\text{узлов}} - 1)$ $N_{\text{II}} = 3 - (2 - 1) = 2$</p> <p>для I контура: $E_1 - E_2 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2$ где знак «+» ставится, если направление ЭДС (и направление силы тока) совпадает с положительным направлением обхода контура</p>



для II контура:

$$E_2 + E_3 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3$$

где знак «+» ставится, если направление ЭДС (и направление силы тока) совпадает с положительным направлением обхода контура

$$\begin{cases} -I_1 - I_2 + I_3 = 0; \\ E_2 + E_3 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3; \\ E_1 - E_2 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2. \end{cases}$$

Полученную систему уравнений используют для нахождения токов в цепи и проверки правильности решения.

Система уравнений для двух контуров составленная по законам Кирхгофа для данного случая.

$$\begin{cases} -I_1 - I_2 + I_3 = 0; \\ I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = E_2 + E_3; \\ I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = E_1 - E_2. \end{cases}$$

Приведём систему к общему виду для дальнейшего расчёта

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_{11}; \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_{22}; \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_{33}. \end{cases}$$

где x, y, z соответственно равны I_1, I_2, I_3 .

Получим следующую систему:

$$\begin{cases} -I_1 - I_2 + I_3 = 0; \\ 0 \cdot I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2 + E_3; \\ I_1 R_1 - I_2 R_2 + 0 \cdot I_3 = E_1 - E_2. \end{cases}$$

Решим систему с помощью метода Крамера

Находят общий детерминант:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & R_2 & R_3 \\ R_1 & -R_2 & 0 \end{vmatrix}$$

Для нахождения остальных определителей столбец коэффициентов при соответствующей неизвестной (силы тока) заменяется столбцом свободных членов системы (ЭДС цепи).

Находят дополнительные определители системы:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ E_2 + E_3 & R_2 & R_3 \\ E_1 - E_2 & -R_2 & 0 \end{vmatrix}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & E_2 + E_3 & R_3 \\ R_1 & E_1 - E_2 & 0 \end{vmatrix}; \Delta_3 = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & R_2 & E_2 + E_3 \\ R_1 & -R_2 & E_1 - E_2 \end{vmatrix}.$$

Определяются неизвестные токи в уравнениях.

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

Примечание! Если в результате ток в ответе получился отрицательным, то это значит, что реальное направление тока в этой ветви противоположно выбранному направлению тока вначале расчётов.

Для дополнительной проверки решения составляют **баланс мощностей**.

$$P_{\text{ист}} \approx P_{\text{потр}}$$

Мощность источников: $P_{\text{ист}} = \pm E_1 I_1 \pm E_2 I_2$

Если направление силы тока в ветви и ЭДС не совпадают то берётся знак “–”, так как источник ЭДС в таком случае является потребителем.

Мощность потребителей: $P_{\text{потр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3$ или $P_{\text{потр}} = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k$

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев А.Ю. Теоретические основы электротехники: учебное пособие. – Москва; Вологда: Инфра-Инженерия, 2023. – 208 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. — 9-е изд., перераб. и доп. — М.: «Высшая школа», 1996. — 638 с.