ISSN 2181-3187

ANIQ INTEGRAL VA NYUTON-LEYBNITS FORMULASI

Uraqbayeva Saltanat Sultanbek qizi
Toshkent shahar Shayxontohur tuman
politexnikumi Matematika fani o'qituvchisi.

ANNOTATSIYA. Matematikaning muhim bo‘limlaridan biri bo‘lgan aniq integral va uning asosiy xususiyatlari ko‘plab amaliy masalalarni yechishda qo‘llaniladi. Ushbu maqolada aniq integral tushunchasi, uning geometrik ma'nosi va Nyuton-Leybnits formulasining asosiy qo‘llanilishlariga to‘xtalib o‘tamiz.

Kalit so'zlar: Nyuton-Leybnits, aniq integral, f(x), F(x), dx, [a,b], bo'laklab integrallash, iqtisodiy masalalar.

KIRISH

Aniq integral tushunchasi

Integral hisoblash nazariyasida aniq integral quyidagi ko‘rinishda tasvirlanadi:

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

bu yerda:

- f(x) -berilgan funksiyaning aniqlangan oralig‘dagi qiymati,
- [a,b] -integralning aniqlanish oralig‘i,
- dx -funksiyaning o‘zgaruvchisi.

Aniq integralni geometrik jihatdan tushunish uchun uni f(x) funksiyasining grafigi ostidagi [a,b] oralig‘idagi yuzani hisoblash deb qarash mumkin. Agar f(x) funksiya musbat bo‘lsa, integral qiymati grafigi ostidagi yuzaning maydoniga teng bo‘ladi.

ASOSIY QISM.

Nyuton-Leybnits formulasi

Nyuton-Leybnits formulasi integral hisoblashning asosiy teoremasi hisoblanadi. Aniq integralni hisoblashning asosiy vositalaridan biri bu Nyuton-Leybnits formulasi bo‘lib, u integral va hosila tushunchalari orasidagi bog‘liqlikni ko‘rsatadi.

ISSN 2181-3187

Nyuton-Leybnits teoremasiga ko‘ra, agar f(x) uzluksiz bo‘lsa va uning F(x) iborasi f(x) ning boshlang‘ich funksiyasi bo‘lsa, quyidagi tenglik o‘rinlidir:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

bu yerda:

F(x)-f(x) funksiyaning biror bir dastlabki integrali, ya’ni F′(x)=f(x).

Bu formula integralni hisoblashni ancha osonlashtiradi, chunki u funksiyaning dastlabki integralini topib, chegaraviy nuqtalardagi qiymatlarni ayirishni talab qiladi.

Nyuton-Leybnits formulasi qo‘llanilishi.

Nyuton-Leybnits formulasini qo‘llash uchun quyidagi bosqichlar bajariladi:

1. **Boshlang‘ich funksiyani topish**: Berilgan f(x) funksiyasining boshlang‘ich funksiyasi F(x) ni hisoblash.
2. **Chegaralarda qiymatlarni qo‘llash**: F(x) ning x=b va x=a dagi qiymatlarini aniqlash.
3. **Farqni olish**: F(b)-F(a) ni hisoblash.

Shunday qo’yilib, aniq integralni hisoblash uchun ham, aniqmas integraldagidek, boshlang’ich funktsiyani topish kerak ekan. Bunday masala bilan aniqmas integralni hisoblashda to’laroq shug’ullandik. Demak, aniqmas integralni hisoblashdagi hamma formula va usullar o’z kuchida qolib, undan aniq integralni hisoblashda ham foydalanamiz.

1-misol. $\int_1^4 x^2 dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $\int_1^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^4 = \frac{4^3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{64}{3} - \frac{1}{3} = \frac{63}{3} = 21.$

ISSN 2181-3187

Eslatma: $y = x^2$ funktsiyaning $\frac{x^3}{3}$ boshlang'ich funktsiyasini oldik, buning o'rniga ixtiyoriy $\frac{x^3}{3} + C$ boshlang'ich funktsiyasini olganda ham natija bir xil bo'ladi. Haqiqatan, ham

$$\left(\frac{x^3}{3} + C\right)\Bigg|_1^4 = \frac{4^3}{3} + C - \left(\frac{1^3}{3} + C\right) = \frac{64}{3} + C - \frac{1}{3} - C = \frac{63}{3} = 21$$

bo'ladi. Shuning uchun bundan keyin $C = 0$ bo'lgan boshlang'ich funktsiyani olamiz.

2-misol. $\int_0^5 x\sqrt{x+4}\,dx$ integralni hisoblang:

Yechish; $\sqrt{x+4} = t$ almashtirish olamiz, $x = t^2 - 4,\ dx = 2tdt$ bo'lib,

$x = 0$ bo'lganda, $\sqrt{0+4} = t,\ \ t = 2,\ \ \sqrt{5+4} = t,\ \ t = 3$ bo'ladi.

Shunday qilib,

$$\int_0^5 x\sqrt{x+4}dx = \int_2^3 (t2 - 4)t2tdt = \int_2^3 (2t^4 - 8t^2)dt = 2\int_2^3 t^4dt - 8\int_2^3 t^2dt = 2\frac{t^5}{5}\Bigg|_2^3 - 8\frac{t^3}{3}\Bigg|_2^3 =$$

$$= \frac{2}{3}(3^5 - 2^5) - \frac{8}{3}(3^3 - 2^3) = \frac{2}{5}\cdot 211 - \frac{8}{3}\cdot 19 = \frac{506}{15} = 33\frac{11}{15}.$$

Demak, ***anig integralda o'zgaruvchini almashtirilganda*** o'zgaruvchilar bo'yicha uning integrallash chegaralarini ham almashtirib olinsa, aniqmas integraldagidek oldingi o'zgaruvchiga qaytish kerak emas.

3-misol. $\int_0^\pi x\sin x dx$ integralni hisoblang.

Yechish: ***Bo'laklab integrallash***

ISSN 2181-3187

$$\int_a^b u dv = uv\Big|_a^b - \int_a^b u dv$$

formulasidan foydalanamiz:

$$\int_0^{\pi} x\sin x dx = \left| \begin{array}{l} u = x \\ du = dx \\ dv = \sin x dx \\ v = -\cos x \end{array} \right| = -x\cos x\Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi}\cos x dx = -\pi(\cos\pi + \sin x\pi)\Big|_0^{\pi} =$$

$$= -\pi(-1) + \sin\pi - \sin 0 = \pi.$$

Iqtisodiy masalalar: Iqtisodiyotda daromad va xarajat funksiyalari bo‘yicha umumiy foyda yoki zarar hajmini hisoblashda ham integral hisoblash qo‘llaniladi.

XULOSA

Nyuton-Leybnits formulasi integral hisoblashning asosiy vositalaridan biri bo‘lib, u matematik, fizik va iqtisodiy masalalarni hal qilishda keng qo‘llaniladi. Ushbu formula yordamida murakkab masalalarni oson va tezkor yechish imkoniyati mavjud. Shu sababli, integral hisoblashni puxta o‘zlashtirish turli fanlar bo‘yicha dolzarb vazifalarni hal qilishga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. **G.F. Berman**. *Matematik analiz kursi: I qism*. – Toshkent: O‘zbekiston Milliy Ensiklopediyasi, 2003.
2. **Sh. N. Buriev, B. H. Saidov**. *Oliy matematika asoslari*. – Toshkent: Fan va Texnologiya, 2015.
3. **Kudryavtsev L.D.**. *Matematicheskiy analiz: uchebnik*. – Moskva: Prosveshchenie, 2001.
4. **Spivak M.**. *Calculus*. – Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
5. **Anton H., Bivens I., Davis S.**. *Calculus: Early Transcendentals*. 11th Edition – Wiley, 2016.

ISSN 2181-3187

6. **Internet resurslar**:

- Paul’s Online Math Notes: www.mathnotes.com
- Wolfram MathWorld: www.wolfram.com