

**Farmonov Sherzodbek Raxmonjonovich**

*Farg’ona davlat universiteti amaliy matematika va  
informatika kafedrasi katta o’qituvchisi  
e-mail: farmonovsh@gmail.com*

**Tojiahmadov Mo’sojon Ma’mur o’g’li**

*Farg’ona davlat universiteti 2-kurs talabasi  
e-mail:tojiahmadovmusojon61@gmail.com*

**Annotatsiya.** Kasrli ryugzak algoritmi (Fractional Knapsack Problem) klassik optimizatsiya muammolaridan biri bo‘lib, ob’ektlarni to‘liq emas, balki qisman tanlash imkonini beradi. Ushbu muammo, ryugzakning belgilangan maksimal sig‘imi mavjud bo‘lib, unda maksimal qiymatga ega bo‘lgan ob’ektlar tanlanishi kerak. Kasrli ryugzak algoritmi, ayniqsa, resurslarni optimal taqsimlash va qiymatni maksimal darajaga yetkazish zarur bo‘lgan holatlarda, masalan, moliyaviy portfellarni shakllantirish, logistika va ta’minot zanjiri boshqaruvi kabi sohalarda keng qo’llaniladi.

**Kalit so’zlar:** Kasrli ryugzak algoritmi, optimizatsiya, qiymat/og‘irlilik nisbati, ryugzak muammosi, resurslarni taqsimlash, algoritm samaradorligi, qisman tanlash, vaqt murakkabligi, dasturiy ta’minot, axborot texnologiyalari, logistika, portfel boshqaruvi, resurslarni optimallashtirish.

**Аннотация.** Алгоритм дробного рюкзака (Fractional Knapsack Problem) является одной из классических задач оптимизации, которая позволяет выбирать объекты не полностью, а частично. Данная задача предполагает, что рюкзак имеет определённую максимальную вместимость, и необходимо выбрать объекты с максимальной общей ценностью. Алгоритм дробного рюкзака особенно широко применяется в ситуациях, где требуется оптимальное распределение ресурсов и максимизация ценности, например, в формировании финансовых портфелей, логистике и управлении цепями поставок.

**Ключевые слова:** Алгоритм дробного рюкзака, оптимизация, соотношение ценности и веса, задача рюкзака, распределение ресурсов, эффективность алгоритма, частичный выбор, времененная сложность, программное обеспечение, информационные технологии, логистика, управление портфелем, оптимизация ресурсов.

**Annotation.** The Fractional Knapsack Problem is one of the classic optimization problems, allowing for the partial selection of objects instead of choosing them entirely. This problem involves a knapsack with a fixed maximum capacity, where the goal is to select items that maximize the total value. The fractional knapsack algorithm is widely used in scenarios requiring optimal resource allocation and value

maximization, such as financial portfolio management, logistics, and supply chain management.

**Keywords:** Fractional knapsack algorithm, optimization, value-to-weight ratio, knapsack problem, resource allocation, algorithm efficiency, partial selection, time complexity, software, information technology, logistics, portfolio management, resource optimization.

Kasrli ryugzak algoritmi (Fractional Knapsack Problem) zamonaviy optimizatsiya masalalarining asosiy turlaridan biri bo‘lib, matematika, kompyuter fanlari va axborot texnologiyalarining turli sohalarida keng qo‘llaniladi. Ushbu muammo eng qadimgi va samarali algoritmik yondashuvlardan biri sifatida hisoblanib, ob’ektlarni to‘liq emas, balki qisman tanlash imkonini beradi. Asosiy maqsad — mavjud resurslarni cheklangan imkoniyatlarga mos ravishda optimal taqsimlash va umumiy qiymatni maksimal darajaga yetkazishdir.

Muammoning asosiy talabi shundan iboratki, ryugzakning ma'lum bir maksimal sig‘imi bo‘lib, ushbu sig‘im ichida qiymat/og‘irlik nisbatiga qarab eng yuqori qiymatga ega bo‘lgan ob’ektlarni joylashtirish zarur. Mazkur algoritm oddiyligi va samaradorligi tufayli nazariy izlanishlarda ham, amaliy dasturlashda ham alohida o‘ringa ega.

Kasrli ryugzak algoritmi moliyaviy portfellarni shakllantirish, logistika tizimlarini boshqarish, ta’minot zanjiri optimallashtirilishi va boshqa ko‘plab iqtisodiy va texnik masalalarni yechishda qo‘llanadi. Ayniqsa, qiymat/og‘irlik nisbati ustunlik qiladigan vaziyatlarda uning samaradorligi yaqqol namoyon bo‘ladi. Ushbu maqolada kasrli ryugzak algoritmining mohiyati, ishslash prinsipi va uning turli sohalardagi qo‘llanilishi tahlil qilinadi.

### **Asosiy qism**

#### **1. Kasrli ryugzak muammosining mohiyati**

Kasrli ryugzak algoritmi optimizatsiya sohasidagi eng muhim masalalardan biri hisoblanadi. Uning asosiy vazifasi — cheklangan resurslardan maksimal darajada foyda olish. Muammo shundan iboratki, har bir ob'ekt ma'lum qiymat ( $v_i$ ) va og‘irlik ( $w_i$ ) bilan ifodalanadi. Ryugzakning sig‘imi ( $W$ ) cheklangan bo‘lib, qiymat/og‘irlik nisbatiga qarab, maksimal qiymat olish uchun ob’ektlarni to‘liq yoki qisman tanlashga ruxsat beriladi.

Bu muammo nazariy masaladan tashqari, real hayotda resurslarni optimal taqsimlash zarur bo‘lgan vaziyatlarda keng qo‘llaniladi. Ayniqsa, qisman tanlash imkoniyati muammoning muhim jihatni hisoblanadi, chunki bu yondashuv moliyaviy va texnik sohalardagi ko‘plab masalalarni samarali yechishga yordam beradi.

## 2. Algoritmning ishlash tamoyili

Kasrli ryugzak algoritmi ochko‘zlik usuli (Greedy Algorithm) asosida ishlaydi. Ushbu usul ob’ektlarni qiymat/og‘irlik nisbatiga qarab tartiblash va maksimal foyda olishga qaratilgan. Algoritmning bosqichlari quyidagicha:

### 1. Ob’ektlarni tartiblash:

Har bir ob’ekt uchun  $v_i/w_i$  qiymat/og‘irlik nisbati hisoblanadi va barcha ob’ektlar bu nisbatga qarab kamayish tartibida saralanadi.

### 2. Ob’ektlarni tanlash:

- Agar ryugzakda joy etarli bo‘lsa, ob’ekt to‘liq tanlanadi.
- Agar joy yetmasa, ob’ektning faqat sig‘imga mos keladigan qismi tanlanadi.

### 3. Yechim hosil qilish:

Tanlangan ob’ektlar qiymatlari qo‘shiladi va umumiyligi aniqlanadi.

## 3. Algoritmning matematik modeli

Matematik ifodasi:

### • Berilgan:

- $n$  — ob’ektlar soni.
- $v_i$  — i-ob’ektning qiymati.
- $w_i$  — i-ob’ektning og‘irligi.
- $W$  — ryugzakning maksimal sig‘imi.

### • Maqsad: Qiymatni maksimal qilish:

$$\text{Maksimallashtirish: } Z = \sum_{i=1}^n v_i x_i$$

bu yerda  $x_i$  — i-ob’ektning tanlangan fraktsiyasi ( $0 \leq x_i \leq 1$ ).

### • Cheklov:

$$\sum_{i=1}^n v_i x_i \leq W$$

## 4. Amaliy qo‘llanilish sohalari

### a) Moliyaviy portfellar boshqaruvi

Investitsiya sohasida, mablag‘larni turli aktivlarga ajratishda resurslarni cheklangan holda optimal taqsimlash zarur. Kasrli ryugzak algoritmi qiymat (foyda) va og‘irlik (xavf) nisbatini hisobga olgan holda eng yaxshi portfeli shakllantirishga yordam beradi.

### b) Logistika va yuk tashish

Logistikada yuk mashinasiga maksimal qiymatga ega bo‘lgan mahsulotlarni joylashtirish masalasi ko‘pincha ryugzak muammosiga o‘xshaydi. Algoritm mahsulotlarni qiymat/og‘irlik nisbati asosida joylashtirib, yuk tashish samaradorligini oshiradi.

**c) Ta'minot zanjiri boshqaruvi**

Mahsulotlarni turli bo'linmalarga taqsimlashda ryugzak algoritmi qiymat va xarajatni hisobga olib, umumiy foyda maksimal bo'lishini ta'minlaydi.

**d) Ma'lumotlar zaxiralash va tarmoqlarda uzatish**

Cheklangan saqlash sig'imiga ega bo'lgan serverlarda ma'lumot bloklarini saqlashda, eng muhim bloklarni tanlash uchun kasrli ryugzak algoritmi qo'llaniladi.

---

**5. Algoritmning afzalliklari va cheklovleri****Afzalliklari:**

- **Oddiylik va samaradorlik:** Algoritmni amalga oshirish oson va polinom vaqt murakkabligiga ega ( $O(n \log \log n)$ ).

- **Amaliy yechimlar:** Resurslarni optimal taqsimlash talab qilinadigan sohalarda real yechim beradi.

**Cheklovleri:**

- **Qisman tanlash zarurati:** Algoritm faqat ob'ektlarni qisman tanlashga ruxsat berilgan holatlarda qo'llanadi. Agar faqat butun tanlash talab etilsa, mos emas.

- **Diskret qiymatlar bilan moslik:** Algoritm faqat haqiqiy qiymatlar bilan ishlaydi, ba'zi muammolarda bu cheklov bo'lishi mumkin.

---

**6. Misol yechimi**

Faraz qilaylik, bizda uchta ob'ekt mavjud:

- Ob'ekt 1: Qiymat = 60, Og'irlilik = 10
- Ob'ekt 2: Qiymat = 100, Og'irlilik = 20
- Ob'ekt 3: Qiymat = 120, Og'irlilik = 30

Ryugzakning maksimal sig'imi = 50. Algoritmni qo'llaganda:

- Ob'ekt 1 va 2 to'liq tanlanadi ( $60 + 100 = 160$ ).
- Ob'ekt 3 ning 2/3 qismi tanlanadi ( $120 \times 2/3 = 80$ ).

Umumiy qiymat:  $160 + 80 = 240$ .

**Misol**

Quyidagi misolda 3 ta ob'ekt mavjud bo'lib, ularning qiymati va og'irliklari quyidagicha:

- Ob'ekt 1: Qiymat = 60, Og'irlilik = 10
- Ob'ekt 2: Qiymat = 100, Og'irlilik = 20
- Ob'ekt 3: Qiymat = 120, Og'irlilik = 30

Ryugzakning maksimal sig'imi:  $W=50W = 50W=50$ .

Maqsad: Ryugzakka sig'imni oshirmsandan maksimal qiymatga ega bo'lish uchun ob'ektlarni joylashtirish.

**C# da dastur kodi**

using System;

using System.Collections.Generic;

```
class FractionalKnapsack
{
    public class Item
    {
        public int Value { get; set; }
        public int Weight { get; set; }

        public Item(int value, int weight)
        {
            Value = value;
            Weight = weight;
        }
    }

    static double GetMaxValue(int capacity, List<Item> items)
    {
        // Ob'ektlarni qiymat/og'irlik nisbati bo'yicha kamayish tartibida saralash
        items.Sort((a, b) => (b.Value / (double)b.Weight).CompareTo(a.Value / (double)a.Weight));

        double totalValue = 0.0;

        foreach (var item in items)
        {
            if (capacity >= item.Weight)
            {
                // Ob'ektni to'liq qo'shish
                totalValue += item.Value;
                capacity -= item.Weight;
            }
            else
            {
                // Qisman qo'shish
                totalValue += item.Value * ((double)capacity / item.Weight);
                break; // Ryugzak to'ldi
            }
        }
    }
}
```

```

        return totalValue;
    }

    static void Main(string[] args)
    {
        int capacity = 50;
        var items = new List<Item>
        {
            new Item(60, 10), // Ob'ekt 1
            new Item(100, 20), // Ob'ekt 2
            new Item(120, 30) // Ob'ekt 3
        };

        double maxValue = GetMaxValue(capacity, items);
        Console.WriteLine("Ryugzakning maksimal qiymati: " + maxValue);
        Console.ReadKey();
    }
}

```

**Natija:**

Dastur quyidagi yechimni beradi:

- Ob'ekt 1 va Ob'ekt 2 to‘liq joylashtiriladi ( $60 + 100 = 160$ ).
- Ob'ekt 3 ning  $20 \times 0.67 = 13.4$  qismi qo‘shiladi ( $120 \times 0.67 \approx 80$ ).

Umumiy qiymat:  $160 + 80 = 240$

Ekrandagi chiqish:

Ryugzakning maksimal qiymati: 240

Bu dastur C# tilida kasrli ryugzak algoritmining ishlash prinsipini sodda tarzda amalda ko‘rsatadi.

asrlı ryugzak algoritmi oddiyligi va samaradorligi tufayli nafaqat nazariy masalalarda, balki amaliy sohalarda ham keng qo'llaniladi. U cheklangan resurslardan maksimal darajada foydalanish imkoniyatini beradi va zamonaviy muammolarni yechishda muhim vosita hisoblanadi. Algoritmining ochko‘zlik usuliga asoslanganligi, uni tez va samarali yechim topishga moslashtiradi.

**Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. Karp, R. M. (1991). An introduction to randomized algorithms. Discrete 1. Marcin Jamro. C# Data Structures and Algorithms. Second Edition. Published by Packt Publishing Ltd., in Birmingham, UK. 2024. – 349 p.
2. Дж.Эриксон. Алгоритмы.: – М.: " ДМК Пресс ", 2023. – 528 с.
3. Hemant Jain. Data Structures & Algorithms using Kotlin. Second Edition. in India. 2022. – 572 p.
4. Н. А. Тюкачев, В. Г. Хлебостроев. С#. Алгоритмы и структуры данных: учебное пособие для СПО. – СПб.: Лань, 2021. – 232 с.
5. Mykel J. Kochenderfer. Tim A. Wheeler. Algorithms for Optimization. Published by The MIT Press., in London, England. 2019. – 500 p.
6. Рафгарден Тим. Совершенный алгоритм. Графовые алгоритмы и структуры данных. – СПб.: Питер, 2019. - 256 с.
7. Ахо Альфред В., Ульман Джейфри Д., Хопкрофт Джон Э. Структуры данных и алгоритмы. – М.: Вильямс, 2018. – 400 с.
8. Дж.Хайнеман, Г.Поллис, С.Стэнли. Алгоритмы. Справочник с примерами на C, C++, Java и Python, 2-е изд.: Пер. с англ. — Спб.: ООО "Альфа-книга", 2017. — 432 с.
9. Farmonov, S., & Nazirov, A. (2023). C# DASTURLASH TILIDA GRAY KODI BILAN ISHLASH. В CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND INNOVATION (T. 2, Выпуск 12, сс. 71–74). Zenodo.
10. Farmonov, S., & Toirov, S. (2023). NETDA DASTURLASHNING ZAMONAVIY TEKNOLOGIYALARINI O'RGANISH. Theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences, 2(22), 90-96
11. Raxmonjonovich, F. S. (2023). Array ma'lumotlar tizimini talabalarga o'qitishda Blockchain metodidan foydalanish. Yangi O'zbekiston taraqqiyotida tadqiqotlarni o'rni va rivojlanish omillari, 2(2), 541-547.
12. Raxmonjonovich, F. S. (2023). Dasturlashda interfeyslardan foydalanishning ahamiyati. Yangi O'zbekiston taraqqiyotida tadqiqotlarni o'rni va rivojlanish omillari, 2(2), 425-429.
13. Raxmonjonovich, F. S. (2023). Dasturlashda obyektga yo'naltirilgan dasturlashning ahamiyati. Yangi O'zbekiston taraqqiyotida tadqiqotlarni o'rni va rivojlanish omillari, 2(2), 434-438.

14. Raxmonjonovich, F. S. (2023). Dasturlash tillarida fayllar bilan ishslash mavzusini Blended Learning metodi yordamida o'qitish. Yangi O'zbekiston taraqqiyotida tadqiqotlarni o'rni va rivojlanish omillari, 2(2), 464-469.
15. Raxmonjonovich, F. S. (2023). DASTURLASHDA ISTISNOLARNING AHAMIYATI. Yangi O'zbekiston taraqqiyotida tadqiqotlarni o'rni va rivojlanish omillari, 2(2), 475-481.
16. Raxmonjonovich, F. S. (2023). Dasturlashda abstraksiyaning o'rni. Yangi O'zbekiston taraqqiyotida tadqiqotlarni o'rni va rivojlanish omillari, 2(2), 482-486.
17. Raxmonjonovich, F. S., & Ravshanbek o'g'li, A. A. (2023). Zamonaviy dasturlash tillarining qiyosiy tahlili. Yangi O'zbekiston taraqqiyotida tadqiqotlarni o'rni va rivojlanish omillari, 2(2), 430-433.
18. Raxmonjonovich, F. S. (2023). C# dasturlash tilida fayl operatsiyalari qo'llashning qulayliklari haqida. Yangi O'zbekiston taraqqiyotida tadqiqotlarni o'rni va rivojlanish omillari, 2(2), 439-446.
19. Raxmonjonovich, F. S. (2023). C# tilida ArrayList bilan ishslashning afzalliklari. Yangi O'zbekiston taraqqiyotida tadqiqotlarni o'rni va rivojlanish omillari, 2(2), 470-474.
20. Farmonov Sherzodbek Raxmonjonovich, & Rustamova Humoraxon Sultonbek qizi. (2024). C# DASTURLASH TILIDA TO'PLAMLAR BILAN ISHLASH. Ta'lim Innovatsiyasi Va Integratsiyasi, 11(10), 210–214. Retrieved from <http://web-journal.ru/index.php/ilmiy/article/view/2480>.
21. Raxmonjonovich, F. S., & Ravshanbek o'g'li, A. A. (2023). Zamonaviy dasturlash tillarining qiyosiy tahlili. Yangi O'zbekiston taraqqiyotida tadqiqotlarni o'rni va rivojlanish omillari, 2(2), 430-433.
22. Farmonov, S., & Rasuljonova, Z. (2024). OB'EKTGA YO'NALTIRILGAN DASTURLASH ZAMONAVIY DASTURLASHNING ASOSI SIFATIDA. Центральноазиатский журнал образования и инноваций, 3(1), 83-86.