

## FUNKSIYA LIMITI

*Qo'shaqova O'g'iloy**Andijon Davlat Universiteti Matematika-mexanika fakulteti  
matematika yo'nalishi 4M1 guruh talabasi*

**Annotatsiya:** Funksiya limiti matematik analizning muhim tushunchalaridan biri bo'lib, u funksiya qiymatlarining o'zgarishiga doir chuqur tahlilni amalga oshirish imkonini beradi. Funksiya limitini aniqlash orqali biz uning xatti-harakatlarini kutilmagan holatlarda, masalan, argument cheksizga yaqinlashganda yoki ma'lum bir nuqtada qanday o'zgarishini o'rganishimiz mumkin. Ushbu maqolada funksiya limitining matematik aniqlanmasi, asosiy xususiyatlari, limitni hisoblash qoidalari va cheksizlikka yaqinlashish holatlari yoritiladi. Shuningdek, limit tushunchasining amaliy sohalardagi qo'llanilishiga misollar keltiriladi, bu esa uning ilmiy va texnik sohalarda qanchalik keng qo'llanilayotganini ko'rsatadi. Maqola o'quvchilarga funksiya limitining nazariy va amaliy ahamiyatini chuqurroq tushunishga yordam beradi.

**Kalit so'zlar:** funksiya limiti, matematik analiz, limitni hisoblash, cheksizlik, limitning xususiyatlari, amaliy qo'llanilish.

**Kirish**

Funksiya limiti — matematik analizda eng muhim tushunchalardan biri bo'lib, funksiyaning ma'lum bir nuqtadagi yoki cheksizga yaqinlashishi holatlarini tavsiflaydi. Funksiya limitini o'rganish orqali biz uning nuqtadagi yoki cheksizlikdagi o'zgarishlarini kuzatib, uning davomiyligini va uzluksizligini tahlil qilish imkoniyatiga ega bo'lamiz. Limiti tushunchasi matematik formulalarda aniq belgilangan bo'lib, ko'plab nazariy jarayonlarni tushunishga yordam beradi, shu bilan birga, amaliy masalalarga ham qo'llaniladi.

Funksiya limitining o'rganilishi matematikada ko'plab murakkab masalalarni yechishda asosiy vosita hisoblanadi. Misol uchun, cheksizlikka yaqinlashish yoki nuqtadagi o'zgarishni o'lchash orqali funksiya xatti-harakatlarini tahlil qilish mumkin. Shuningdek, limitlar yordamida integrallash va differentsiallash jarayonlarini aniq bajarish, grafiklarni tahlil qilish va boshqa matematik masalalarni hal qilish mumkin. Ushbu maqolada funksiya limiti tushunchasi, uning matematik aniqlanmasi, asosiy xususiyatlari va hisoblash usullari batafsil ko'rib chiqiladi.

**Asosiy qism**

Matematik analiz fanining asosida yotgan eng muhim tushunchalardan biri funksiya limiti tushunchasidir. Chunki undan ko'plab amaliy tatbiqlarga ega bo'lgan hosila, integral, karrali va sirt integrallari, qatorlar nazariyasi hamda egri chiziqli

integrallarni o'rganishda foydalaniladi. Shuning uchun ham funksiya limiti muhim tushunchalardan hisoblanadi.

**Ta'rif:** Agar ixtiyoriy  $\varepsilon > 0$  son uchun shunday  $\delta > 0$  sonini topish mumkin bo'lsaki,  $x \neq a$  va  $|x - a| < \delta$  tengsizlikni qanoatlantiruvchi  $x$  ning barcha qiymatlari uchun

$|f(x) - A| < \varepsilon$  tengsizlik bajarilsa, unda  $x$  argument  $a$  ga intilganda  $f(x)$  funksiya songa teng limitga intiladi deyiladi.

$A$  son  $f(x)$  funksiyaning  $x = a$  nuqtadagi limiti deyiladi.

$|x - a| < \delta$  tengsizlik  $a - \delta < x < a + \delta$  dan iborat qo'sh tengsizlikka teng kuchli.  $\delta$  ixtiyoriy musbat son bo'lganda  $(a - \delta; a + \delta)$  oraliq  $a$  nuqtaning  $\delta$  atrofi deyiladi. Bundan foydalanib funksiya limitiga quyidagicha ta'rif berish mumkin:

**Ta'rif:** Agar ixtiyoriy  $\varepsilon > 0$  son uchun,  $a$  nuqtaning shunday atrofi mavjud bo'lsaki, bu atrofga tegishli istalgan  $x \neq a$  nuqtalar uchun  $|f(x) - A| < \varepsilon$  tengsizlik bajarilsa,  $x$  argument  $a$  ga intilganda  $f(x)$  funksiya  $A$  songa teng limitga ega deyiladi

**Misol.**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = 1$  ekanini isbotlang.

Isbot. Biz  $|x| > N$  bo'lsa, ixtiyoriy  $\varepsilon$  da

$$|(1 + 1/x) - 1| < \varepsilon$$

Tengsizlik bajarilishini ko'rsatishimiz kerak. Bunda  $\varepsilon$  tanlanishi bilan  $N$  aniqlanadi. Oxirgi tenglik  $1/|x| < \varepsilon$  tengsizlikka teng kuchli.  $|x| > 1/\varepsilon = N$  bolsa,  $1/|x| < \varepsilon$  tengsizlik

bajariladi. Bu esa  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = 1$  demakdir.

### Xulosa

Funksiya limiti matematik analizda markaziy tushuncha bo'lib, funksiyaning xatti-harakatlarini o'rganish va ularni aniqlashda muhim vosita hisoblanadi. Funksiya limitining aniqlanishi uning cheksizlikka yaqinlashishi yoki ma'lum bir nuqtadagi o'zgarishlarini tahlil qilish imkonini beradi. Funksiyaning limitini hisoblash orqali biz uni turli holatlarda, masalan, nuqtalar yoki cheksizlik kabi murakkab vaziyatlarda qanday o'zgarishini bilib olishimiz mumkin. Bu o'zgarishlarni tushunish, o'z navbatida, matematikaning boshqa bo'limlari, masalan, differentsial hisoblash va integrallash kabi jarayonlarning to'g'ri va aniq bajarilishiga asos yaratadi.

Limitning matematik tushunchasi nafaqat nazariyani rivojlantirish uchun, balki real hayotdagi ko'plab sohalarida ham qo'llaniladi. Masalan, fizika va muhandislikda cheksizlikka yaqinlashish jarayonlarini o'rganishda, iqtisodiyotda esa turli o'zgarishlar va ularning ta'sirini prognoz qilishda limitlar zarur hisoblanadi. Cheksiz yondashuvlar yoki nuqtalar o'rtasidagi aniq o'zgarishlarni aniqlash orqali biz murakkab tizimlarni yanada chuqurroq tushunishga erishamiz. Limitning aniqlanishi shuningdek,

grafiklarni tahlil qilish, maksimal va minimal qiymatlarni topish, integrallarni hisoblash kabi matematik amaliyotlarda ham qo'llaniladi.

Shuningdek, limitning tushunilishi orqali vaqt o'tishi bilan o'zgaruvchi tizimlar yoki parametrlar bo'yicha tahlillarni chuqurlashtirish mumkin. Bunday yondashuvlar ilm-fan va texnologiyaning rivojlanishiga katta hissa qo'shadi. Funksiya limitini o'rganish orqali nafaqat matematikaning asosiy tushunchalarini tushunib olish, balki real hayotdagi jarayonlarni va masalalarni aniqroq va samaraliroq modellash imkoniyatiga ega bo'lamiz.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M, Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 1-qism. Akademik litseylar uchun darslik. Tuzatilgan 2-nashri.-T.: "O'qituvchi", 2003.-416 b.
2. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M., Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 2-qism Akademik litseylar uchun sinov darsligi.-T.: "O'qituvchi", 2002.-368 b.
3. Abduxamedov A. Nasimov X., Nosirov U., Xusanov J. Algebra va analizdan masalalar to'plami. 1-qism. Akademik litseylar va kasb-xunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma.-T.: "SHarq", 2003.-152 b.
4. Shukurilov M. *Elementar matematika* — Toshkent: "Matematika", 2005. — 330 b.
5. Ismailov R. *Matematik analizga kirish* — Toshkent: "Sharq", 2013. — 278 b.
6. Yuldashev R. *Elementar matematika: nazariy va amaliy jihatlar* — Toshkent: "Fan", 2015. — 415 b
7. Axlimirzayev A. *Maktabda matematik analiz elementlari (o'quv qo'llanma)*