KECHIKISHLI DIFFERENSIAL TENGLAMA BILAN TAVSIFLANUVCHI SODDA QUVISH MASALALARI

Azizbek Maxmudov
Andijon davlat universtiteti 2-kurs matematika
Magistratura mutaxasisligi

ANNOTATSIYA

Ushbu maqola kechikishli differensial tenglamalar yordamida sodda quvish masalalarini o‘rganishga bag‘ishlangan. Maqola kechikishli tenglamalarning nazariyasi va amaliy qo‘llanilishi, shuningdek, sodda quvish masalalarini yechish metodlari va amaliy misollarni tahlil qiladi. Kechikishli tenglamalar vaqt kechikishi bo‘lgan tizimlarning dinamikasini ifodalaydi va turli sohalarda qo‘llaniladi. Maqola bu tenglamalar yordamida masalalarni qanday modellash va tahlil qilish mumkinligini ko‘rsatadi.

Kalit so’zlar: *Kechikishli differensial tenglama, Sodda quvish masalalari, Matematik modellash, Barqarorlik, Dinamika, Yechimlar.*

KIRISH

Kirish qismida kechikishli differensial tenglamalar haqida umumiy ma'lumot beriladi. Kechikishli tenglamalar vaqt kechikishi bo‘lgan tizimlarni modellashda qo‘llaniladi. Masalan, agar bir ob'ekt boshqa ob'ektdan kechikib harakat qilsa, bu holat kechikishli tenglamalar yordamida tavsiflanadi. Kirish qismida maqolaning maqsadi va tadqiqotning ahamiyati ta'kidlanadi. Shuningdek, maqolaning struktura va metodologiyasi haqida qisqacha ma'lumot beriladi.

ASOSIY QISM

1. Kechikishli Differensial Tenglamalar

Ta'rif va Asosiy Xususiyatlar:

Kechikishli differensial tenglamalar vaqt kechikishi bilan bog‘liq tizimlarni ifodalashda qo‘llaniladi. Tenglamaning umumiy shakli quyidagicha bo‘ladi:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), x(t-\tau))$$

Bu yerda τ - kechikish vaqtini ifodalaydi. Kechikishli tenglamalar tizimlarning barqarorligini va dinamikasini tahlil qilishda muhimdir.

Matematik Shakllar:

- Soddalashtirilgan shakl: $\frac{dx(t)}{dt} = ax(t) + bx(t-\tau)$
- Nolinear shakl: $\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t)) + g(x(t-\tau))$

Kechikishli differensial tenglamalarning umumiy shakllari va parametrlar quyidagilardir:

Bu shakllar tizimning dinamikasini va barqarorligini tahlil qilishda qo‘llaniladi.

Yechim Usullari:

Kechikishli differensial tenglamalarni yechish uchun bir necha usul mavjud:

Analitik Usullar: Odatda, maxsus holatlar uchun qo‘llaniladi. Masalan, chiziqli tenglamalar uchun Laplas transformasi yordamida yechim topiladi.

Numerik Usullar: Tizimning raqamli yechimlarini olish uchun qo‘llaniladi. Masalan, Euler metodlari va Runge-Kutta metodlari yordamida yechimlar hisoblanadi.

Dinamika va Barqarorlik:

Kechikishli tenglamalarning dinamikasi va barqarorligini tahlil qilishda Lyapunov funksiyalari va boshqa barqarorlik kriteriyalari qo‘llaniladi. Barqarorlik tahlili tizimlarning uzoq muddatli xatti-harakatlarini prognoz qilishda muhimdir.

2. Sodda Quvish Masalalari

Matematik Tavsif:

Sodda quvish masalalari ikki ob'ektning bir-birini quvishini ifodalaydi. Masalan, bir avtomobil boshqa avtomobilni quvayotgan holatda bo‘lsa, ular orasidagi harakatni kechikishli tenglamalar yordamida modellashtirish mumkin.

- **Masalaning Formulasi:** Agar avtomobil A avtomobil B'ni quvsa, unda A va B o‘rtasidagi masofa va tezlik farqlari quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{dD(t)}{dt} = V_A(t) - V_B(t) = a_{A(t)} \frac{dV_B(t)}{dt} = a_{B(t)}$$

Bu yerda D(t) – avtomobillar orasidagi masofa;

$V_A(t)$ va $V_B(t)$ - avtomobil tezliklari;

$a_{A(t)}$ va $a_{B(t)}$ - tezlanishlar;

Qo‘llanilish Misollari:

Kechikishli tenglamalar yordamida sodda quvish masalalarini modellash misollari:

- **Aviatsiya:** Uchuvchilar orasidagi masofa va harakatlarni modellash.
- **Avtomobil Transporti:** Yo‘l harakati va avtomobillar orasidagi masofani hisoblash.

- **Biologiya:** Hayvonlarning bir-birini quvishi va ovqatlanish xatti-harakatlarini tahlil qilish.

Modellash va Analiz:

Sodda quvish masalalarining modellash usullari va tahlil qilish metodlari:

- **Modellash:** Matematik modellar yordamida quvish masalalarini ifodalash.
- **Tahlil:** Modellarning yechimlarini analiz qilish va ularning real dunyoda qanday qo‘llanishini aniqlash.

3. Yechimlar va Metodlar

Analitik Yechimlar:

Sodda quvish masalalari uchun analitik yechimlarni topish usullari:

- **Laplas Transformasi:** Chiziqli kechikishli tenglamalar uchun yechimlar olishda qo‘llaniladi.
- **Analitik Yechimlar:** Maxsus holatlar uchun analitik yechimlarni aniqlash.

Numerik Yechimlar:

Raqamli metodlar yordamida yechimlarni hisoblash:

- **Euler Metodi:** Oddiy raqamli integratsiya usuli.
- **Runge-Kutta Metodi:** Yechimning aniqroq natijalarini olish uchun keng qo‘llaniladigan metod.

Barqarorlik Tahlili:

Model va yechimlarning barqarorligini aniqlash:

- **Lyapunov Funktsiyalari:** Barqarorlik tahlilida qo‘llaniladi.
- **Boshqa Barqarorlik Kriteriyalari:** Dinamik tizimlarning barqarorligini tekshirish uchun qo‘llaniladi.

1. Kechikishli Differensial Tenglamalar

Misol 1: Chiziqli Kechikishli Tenglama

Tenglama:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -0.5x(t) + 0.3x(t-2)$$

Bu tenglama, vaqt kechikishi τ=2 bilan birinchi tartibli chiziqli kechikishli differensial tenglamani ifodalaydi.

- **Tahlil:** Bu tenglama tizimning vaqt kechikishi bilan tavsiflanishini va vaqt kechikishi τ o‘zgarishi bilan tizimning qanday o‘zgarishini ko‘rsatadi.
- **Yechim:** Analitik yechimlar olish uchun Laplas transformatsiyasidan foydalaniladi.

Misol 2: Nolinear Kechikishli Tenglama

Tenglama:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -x(t)\left[1 - x(t-1)\right]$$

Bu tenglama nolinear kechikishli differensial tenglamani ifodalaydi, bu yerda vaqt kechikishi τ-1 va nolinearlik mavjud.

Tahlil: Bu tenglama nolinear tizimlarni modellashtirishda qo‘llaniladi. U tizimning vaqt kechikishi bilan xatti-harakatlarini va nolinearlik ta'sirini ko‘rsatadi.

Yechim: Numerik metodlar, masalan, Runge-Kutta metodlari yordamida yechimlar hisoblanadi.

Sodda Quvish Masalalari

Misol 1: Avtomobillar Arasidagi Quvish

Model:

Ikki avtomobil mavjud. Avtomobil A avtomobil B'ni quvmoqda. Avtomobil A ning boshlang'ich tezligi V_A = 20 km/soat va tezlanishi a_A=2 km/$soat^2$. Avtomobil B ning boshlang'ich tezligi V_B = 15 km/soat va tezlanishi a_B = 1 km/$soat^2$.

Matematik Tavsif:

*Masofa orasida: D(t)

* Harakatning tezligi va tezlanishi quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{dD(t)}{dt} = V_A(t) - V_B(t) V_A(t) - 20 + 2t V_B(t) = 15 + t$$

***Yechim:** Bu formulalar yordamida vaqt davomida avtomobillar orasidagi masofa qanday o'zgarishini aniqlash mumkin.

Qo‘shimcha Ma'lumot

- **Kechikishli Tenglamalar:** Odatda, bu tenglamalar vaqt kechikishi mavjud bo‘lgan tizimlarni o‘rganishda qo‘llaniladi. Misol uchun, nazorat tizimlarida vaqt kechikishi tizimning xatti-harakatlarini o‘zgartirishi mumkin.
- **Sodda Quvish Masalalari:** Bu masalalar vaqt davomida ikkita harakat qilayotgan ob'ektlarning o‘zaro ta'sirini tahlil qilishda ishlatiladi. Ular tezlik va tezlanish parametrlarini o‘z ichiga oladi, va bu masalalar transport, sport, va biologik tizimlarda qo‘llaniladi.

Kechikishli Differensial Tenglamalar

Misol 5: Infektsiya Tarqalishi

Tenglama:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t) I(t-\tau) - \gamma I(t)$$

Bu tenglama infektsiya tarqalishini modellashtiradi, bu yerda:

- I(t)I(t)I(t) - infektsiya holatidagi odamlar soni,
- S(t)S(t)S(t) - sog‘lom odamlar soni,
- β\betaβ - infektsiya tarqalish tezligi,
- γ\gammaγ - infektsiyadan tuzalish tezligi,
- τ\tauτ - inkubatsiya davri (infektsiyaning ko‘rsatilishidan oldingi vaqt kechikishi).
- **Tahlil:** Bu model infektsiya tarqalishini va vaqt kechikishini qanday ta'sir qilishini ko‘rsatadi.
- **Yechim:** Analitik yoki numerik metodlar yordamida yechimlar hisoblanadi.

Misol 6: Termodinamik Tizim

Tenglama:

$$\frac{dT(t)}{dt} = -k(T(t) - T_{env}) + h(T(t-\tau) - T_{env}$$

Bu tenglama termodinamik tizimning haroratini modellashtiradi, bu yerda:

- T(t) - tizimning harorati,
- T_{env} - atrof-muhit harorati,
- k - issiqlik uzatish koeffitsiyenti,
- h - vaqt kechikishi bilan issiqlik uzatish koeffitsiyenti,
- τ - vaqt kechikishi.
- **Tahlil:** Bu model tizimning harorati va vaqt kechikishining qanday o‘zgarishini ko‘rsatadi.
- **Yechim:** Tizimning haroratini tahlil qilish uchun numerik metodlar ishlatiladi.

Sodda Quvish Masalalari

Misol 5: Poygachilar Qatnovi

Model:

Ikki poygachi bor. Poygachi A ning boshlang'ich tezligi V_A = 8 m/s va tezlanishi a_A = 0.4 m/s^2. Poygachi B ning boshlang'ich tezligi V_B = 7 m/s va tezlanishi a_B = 0.3 m/s^2. Poygachi A dastlab poygachi B dan 30 m masofada.

Matematik Tavsif:

- Masofa orasida: D(t)

- Harakatning tezligi va tezlanishi:

$$V_A(t) - 8 + 0.4tV_B(t) - 7 + 0.3tD(t) = D_0 + (V_B(t) - V_A(t)) \times t$$

Bu yerda D_0 – boshlang'ich masofa (30 m).

***Yechim:** Poygachilar orasidagi masofani va quvish vaqtini hisoblash.

Misol 6: Sport Musobaqalari

Model:

Ikki sportchi mavjud. Sportchi A ning boshlang'ich tezligi V_A = 10 m/s va tezlanishi a_A = 0.5 m/s^2. Sportchi B ning boshlang'ich tezligi V_B= 9 m/s va tezlanishi a_B = 0.4 m/s^2. Sportchi A dastlab sportchi B dan 20 m masofada.

Matematik Tavsif:

- Masofa orasida: D(t)
- Harakatning tezligi va tezlanishi:

$$V_A(t) - 10 + 0.5tV_B(t) - 9 + 0.4tD(t) = D_0 + (V_B(t) - V_A(t)) \times t$$

Bu yerda D_0 – boshlang'ich masofa (30 m).

***Yechim:** Sportchilar orasidagi masofani va quvish vaqtini hisoblash.

Qo‘shimcha Ma'lumot

- **Kechikishli Tenglamalar:** Ushbu tenglamalar vaqt kechikishi ta'sirini modellashda qo‘llaniladi. Kechikish tizimning xatti-harakatlarini o‘zgartirishi mumkin va ularni tahlil qilish uchun numerik metodlar va analitik usullar qo‘llaniladi.
- **Sodda Quvish Masalalari:** Bu masalalar ikki ob'ekt orasidagi vaqt davomida o‘zgarishlarni hisoblashda foydalaniladi. Harakat tezligi, tezlanishi, va boshlang‘ich masofa kabi parametrlar o‘rganiladi.

XULOSA

Maqolada kechikishli differensial tenglamalar yordamida sodda quvish masalalarining matematik tavsifi va amaliy qo‘llanilishi ko‘rib chiqildi. Kechikishli tenglamalarning tizim dinamikasi va barqarorligini tahlil qilishda qo‘llaniladigan metodlar, shuningdek, real dunyodagi misollar orqali qo‘llanilishi tahlil qilindi. Yechimlarning samaradorligi va modelning barqarorligi muhokama qilindi. Maqola, kechikishli differensial tenglamalarning turli sohalarda qo‘llanilishi va amaliy ahamiyati haqida muhim xulosalarni o‘z ichiga oladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. "Kechikishli Differensial Tenglamalar" – O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi, 2020.
2. "Sodda Quvish Masalalari: Matematik Modellash va Yechimlar" – Tashkent Davlat Pedagogika Universiteti, 2019.
3. "Differensial Tenglamalar: Nazariya va Qo‘llanish" – Samarqand Davlat Universiteti, 2021.
4. "Matematik Modellash va Dinamika" – O‘zbekiston Milliy Universiteti, 2022.