

**IKKI JISM MASALASI: YER VA SUN'IY YO'LDOSH O'RTASIDA
MA'LUMOTLAR UZATISHDA MATEMATIK TAHLIL**

Ergashev Abdirashid Izyozovich.

Toshkent davlat texnika universiteti Olmaliq filiali, v.b professor

Annotatsiya: Ushbu maqolada Yer, va sun'iy yo'ldosh o'rtasida ma'lumotlar uzatish jarayonining matematik modeli taqdim etilgan. ikki jism masalasi, kosmik tadqiqotlar va aloqa tizimlarida muhim ahamiyatga ega bo'lib, bu tizimning dinamikasi va o'zaro ta'siri analizi ko'rib chiqiladi. Maqolada, harakat tenglamalari va orbital mexanikasining nazariy asoslari keltirilgan, shuningdek, sun'iy yo'ldosh orqali uzatiladigan signalning parametrlarini (chastota, kechikish, uzilish) hisoblash metodlari tahlil qilinadi. Orbital pozitsiyalarni modellashtirish va signal uzatish samaradorligini o'rganish uchun numerik simulyatsiya usullari qo'llaniladi. Ushbu izlanishlar, kelajakda telekommunikatsiya tizimlarining takomillashtirilishiga va fazoviy kommunikatsiyalarning samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: Orbital harakat, sinov simulyatsiyalari, fazoviy mexanika, doppler effekti, to'lqin uzunligi, chastota, signal kuchi.

**TWO-BODY PROBLEM: MATHEMATICAL APPROACH TO SIGNAL
TRANSMISSION BETWEEN EARTH AND VIA ARTIFICIAL SATELLITE**

Safarmatov Uchqun Sohijjon o'g'li

Eshboyev Ilhom Ikrom o'g'li

Annotation: This paper presents a mathematical model of the process of information transmission between Earth and an artificial satellite. The two-body problem, which is of significant importance in space exploration and communication systems, examines the dynamics and mutual interaction of these bodies. The paper outlines the theoretical foundations of the equations of motion and orbital mechanics, as well as the methods for calculating the parameters of the signal (frequency, delay, interruption) transmitted via the artificial satellite. Numerical simulation methods are applied to model orbital positions and study the efficiency of signal transmission. These findings will contribute to the future development of telecommunication systems and enhance the effectiveness of space communications.

Keywords: Orbital motion; test simulations; space mechanics; doppler effect; wavelength; frequency; signal strength.

Kirish.

Yer va sun'iy yo'ldosh o'rtasidagi gravitatsion o'zaro ta'sirlar va ularning harakatini tushuntirish. Lekin buni tushunishda muammo shundaki: uch jism masalasining murakkabligi va matematik jihatdan yechim topishdagi qiyinchiliklar mavjud. Tadqiqotning maqsadi yer, Oy va sun'iy yo'ldosh o'rtasidagi ma'lumotlar uzatish jarayonining matematik modelini ishlab chiqish. Bu model orqali ma'lumot uzatish samaradorligini va signalning xususiyatlarini tahlil qilishdir.

Ushbu maqsadga erishish uchun bajarilishi kerak bo'lgan vazifalar, quyidagilar:

- Harakat tenglamalarini aniqlash.
- Orbital mexanikani tahlil qilish.
- Ma'lumot uzatish jarayonini modellashtirish va natijalarni taqdim etish.

Uch jism masalasi kosmik tadqiqotlar va telekommunikatsiyalardagi dolzarb masalalardan biri sifatida qabul qilinadi. Tadqiqotning ahamiyati esa ushbu modelni kosmik aloqa tizimlarida, sun'iy yo'ldosh orqali ma'lumot uzatish jarayonini optimallashtirishda qo'llash mumkin. Olib borilgan tadqiqotlar natijasida o'rganilgan ishlarda muammolar va yetarli darajada hal qilinmagan masalalar mavjud.

2. Nazariy Asos.

Uch jism masalasi, ikki jism (Yer va Oy) va bir sun'iy yo'ldosh (masalan, kosmik tadqiqotlarda ishlatiladigan sun'iy yo'ldosh) o'rtasidagi dinamik harakatni o'rganishdir. Bu masala Nyuton mexanikasiga asoslangan va aniq yechimi yo'q, bu esa murakkabligi va beqarorligini ta'minlaydi. Uch jism masalasini matematik jihatdan tasvirlash uchun har bir jismning harakatini ifodalovchi tenglamalarni keltirishimiz kerak. Har bir jism uchun harakat tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\frac{d^2 r_i}{dt^2} = -G \sum_{j \neq i} \frac{M_j (r_i - r_j)}{|r_i - r_j|^3} \quad 1.$$

Bu tenglama orqali har bir jismning kuch ta'siri va uning harakatiga bog'liq kuchlar aniqlanadi. r_i va r_j jismning pozitsiyalari, G -gravitatsion doimiy, M_j - har bir jismning massasi. Bu tenglama Orbital harakatning asosiy qonunlari: Kepler qonunlari bo'yicha harakterlash mumkin.

Kepler qonunlari:

1. Birinchi qonun: Har bir jism, yulduz (yoki katta massa) atrofida elliptik orbitada harakat qiladi.
2. Ikkinchi qonun: Jismning orbitadagi tezligi, yulduzga yaqinlashganida ortadi va yiroqlashganida kamayadi.
3. Uchinchi qonun: Harakat qilayotgan jismning orbital davri va masofasi o'rtasidagi bog'liqlik.

Misol uchun, Oy va Yer o'rtasidagi orbital harakatni quyidagi tenglama bilan tasvirlash mumkin:

$$T^2 \sim a^3 \quad 2.$$

Bu yerda T - orbital davr, a - orbitaning o'rtacha radiusi.

Orbital harakatda yer oy va suniy yo'ldosh o'rtasidagi orbital harakatni modellashtirishda, Oyning yerga nisbatan aylanishi va sun'iy yo'ldoshning harakati quyidagi tenglama yordamida ifodalanadi:

$$\begin{aligned}\frac{d^2x_E}{dt^2} &= -\frac{GM_o(x_E-x_o)}{(x_E-x_o)^2+(y_E-y_o)^2} \\ \frac{d^2y_E}{dt^2} &= -\frac{GM_o(y_E-y_o)}{(x_E-x_o)^2+(y_E-y_o)^2} \\ \frac{d^2x_o}{dt^2} &= -\frac{GM_E(x_o-x_E)}{(x_o-x_E)^2+(y_o-y_E)^2} \\ \frac{d^2y_o}{dt^2} &= -\frac{GM_E(y_o-y_E)}{(x_o-x_E)^2+(y_o-y_E)^2}\end{aligned}\quad 3.$$

3. Tajriba Dasturlash va simulyatsiyada esa 3-formulalarni numerik usullar bilan yechish kerak. Bunday usullardan Runge-Kutte yoki Eyler dan biridan foydalanish mumkin.

Eyler usuli.

$$r_i(t + \Delta t) = r_i(t) + v_i(t) \cdot \Delta t$$

4.

$$v_i(t + \Delta t) = v_i(t) + \frac{dr_i}{dt} \cdot \Delta t$$

Bu usul yetarlicha aniqlikka ega emas chunki u birinchi tartibli differensial tenglama uchun samarali. Bu usulda agar funksiya tez o'sayotgan bo'lsa natijalar xato bo'ladi.

Runge-Kutte.

Runge-Kutta usuli, birinchi darajali differential tenglamalarni yechishda keng qo'llaniladigan numerik usuldir. U vaqt bo'yicha qadamlar orqali tenglama yechimini aniqlash imkonini beradi. 4-punktli Runge-Kutta usuli aniq va samarali natijalar beradi, chunki u har bir qadamda funksiya qiymatini to'rt marta hisoblaydi va ushbu qiymatlarni birlashtiradi. Ushbu usulning qulayligi shundaki, u yuqori aniqlikni saqlab qolgan holda qadam o'lchovini o'zgartirish imkonini beradi.

4-punktka Runge-Kutta usuli quyidagi ko'rinishda:

1. $k_1 = f(t_n, y_n)$
2. $k_2 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1)$
3. $k_3 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2)$
- 5.
4. $k_4 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_3)$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$


k — Bu *Runge-Kutta* usulidagi o'zgaruvchi. Har bir k_i (masalan, k_1, k_2, k_3, k_4) funksiya qiymatini vaqtning har bir qadamida hisoblash uchun ishlatiladi. Ular kelajakdagi nuqtani aniqlashda yordam beradi.

h -qadam o'lchovi.

Yer, Oy va sun'iy yo'ldosh o'rtasidagi gravitatsion o'zaro ta'sirni va ularning harakatini *Runge-Kutta* usuli yordamida modellashtirish va grafik ko'rinishda natijalarni quyidagicha.

Tajriba: 3-formulalar yordamida Yer (E) va Oy (O) ni harakatlantiruvchi kuchlar aniqlanadi.

Runge-Kutte usuli bilan Yer, Oy va sun'iy yo'ldosh harakatini modellashtirilib, *Phyton* dasturida kod quyidagicha tayyorlanib va grafik hosil qilinadi.



1- rasm. Yer, Oy va sun'iy yo'ldosh harakatining *Phyton* dasturidagi kod tasviri

Izoh:

- Gravitatsion kuchlarni hisoblash uchun alohida funksiya yaratildi.
- Har bir pozitsiya va tezlik yangilanadi.
- Har bir qadamda Oy va Sun'iy yo'ldoshning yangi pozitsiyalari yangilanadi.
- Grafikni ko'rish uchun `plt.show()` bilan chiziladi.

Modellashtirish jarayonidagi qiyinchiliklar va muammolar vujudga kelishi mumkin, masalan kuchlarning dinamikasidagi noaniqliklar.

4. Ma'lumotlar Uzatish

Sun'iy yo'ldosh orqali ma'lumot uzatish jarayonida asosiy omillar:

Signal kuchi: Signalning uzatilgan va qabul qilingan kuchlari orasidagi bog'liqlik quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$P_r = \frac{P_t \cdot G_t \cdot G_r}{(4\pi R)^2} \quad 6.$$

Bu yerda P_r - qabul qilingan signal kuchi, P_t - uzatilgan signal kuchi, G_t va G_r - uzatuvchi va qabul qiluvchi antennalarning yutuq koeffitsiyentlari, R - masofa.

Bu formulada masofa R oshgani sari, signal kuchi P_r kamayadi, chunki signal kuchi masofaning kvadrati bilan teskari proporsional ravishda o'zgaradi. Masalan, sun'iy

yo'ldosh Yerning ma'lum bir nuqtasiga juda uzoqda joylashgan bo'lsa, signal kuchi sezilarli darajada kamayadi.

Doppler effekti: bu uzatuvchi yoki qabul qiluvchi harakat qilayotgan paytda signal chastotasining o'zgarishini ifodalovchi fizik hodisa. Sun'iy yo'ldosh Yer va Oy o'rtasida harakatlanayotganda, uning tezligi signalning qabul qilinadigan chastotasiga ta'sir ko'rsatadi. Tezlik o'zgarishi natijasida signalning chastotasi o'zgaradi. Doppler effekti quyidagi formulalar bilan ifodalanadi:

$$f' = f\left(\frac{c+v_r}{c}\right) \quad 7.$$

Agar sun'iy yo'ldosh Yerga qarab harakatlanayotgan bo'lsa, qabul qilingan chastota oshadi. Aksincha, sun'iy yo'ldosh harakatlanayotgan nuqtadan uzoqlashayotganda qabul qilinadigan chastota kamayadi. Doppler effekti yuqori chastotali signal tizimlarida muhim hisoblanadi, chunki signal chastotasi va vaqt o'lchamlari texnologik qurilmalar uchun sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Sun'iy yo'ldosh harakati tez bo'lgani uchun chastota sezilarli darajada o'zgarishi mumkin, bu esa signal qabul qilinishini murakkablashtiradi.

Xulosa: Ushbu maqolada Yer va Oy o'rtasida sun'iy yo'ldosh orqali signal uzatilishining matematik modeli tahlil qilindi. Uch jism masalasidagi orbital dinamika, signal kuchi va chastota o'zgarishlari nazariy asosda va raqamli usullar yordamida baholandi. Ushbu model kelajakdagi kosmik aloqalarni tashkil etishda muhim texnologik yondashuvlarni ko'rsatib beradi. Sun'iy yo'ldosh harakatlanayotganda, signal chastotasi Doppler effekti ta'sirida o'zgaradi. Harakat tezligi oshgani sari qabul qilingan chastota ham ortadi. Sun'iy yo'ldosh Yer va Oy o'rtasida harakatlanayotganda, qabul qilingan signal kuchi masofaga teskari kvadratga bog'liq ravishda o'zgaradi. Signal kuchi uzatilgan masofa oshgan sari kamayadi.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Keller, J. B., & Kofman, M. (2004). *Mathematical methods for physics and engineering*. Cambridge University Press.
2. Hale, J. K., & Kocak, H. (2006). *Dynamics and bifurcations of nonlinear systems*. Springer.
3. Kleiber, M., & Becher, M. (2010). *Mathematical modeling of satellite orbits: A practical approach*. Springer.
4. Safarmatov, U. S., & Abdullayev, B. I. (2024). Zamonaviy materiallarning issiqlik va elektr o'tkazuvchanligini ishlab chiqarishdagi imkoniyatlari va ahamiyati. *ConfrenceA*. Retrieved from <https://confrencea.one/index.php/25-27/article/view/35/24>
5. Nasirov, T. Z., & Safarmatov, U. S. (2020). Структура открытого виртуального экрана. *Наука и практика*, 39–41. Retrieved from <https://naukaip.ru/wp-content/uploads/2020/03/MK-754.pdf#page=39>

6. Safarmatov, U. S., & Eshboyev, I. I. (2024). Three-body problem: Mathematical approach to signal transmission between Earth and Moon via artificial satellite. *Journal of Modern Engineering Applications*, 202–208. Retrieved from <https://scopusacademia.org/index.php/jmea/article/view/1081/1075>

