4-TARTIBLI DETERMINANTLARNING GEOMETRIYAGA TALQINI.

Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi – *Matematika va Informatika kafedrasi o'qituvchisi, Andijon davlat pedagogika instituti,*
E-mail: saliyevasevara18@gmail.com
Xoshimova Rayxonoy Tavakkal qizi - *Matematika va Informatika yo'nalishi talabasi, Andijon davlat pedagogika instituti*

Annotatsiya: *Ushbu maqolada talabalarga algebra va sonlar nazariyasi fanini 4-tartibli determinant mavzusining geometriya bilan bog'liqlik hususiyati tushuntirilgan . Matematikaning 4-tartibli determinantlarning geometriyaga talqini mavzusi algebra va geometriya sohalarining birlashgan nuqtasiga oid bo'lib,yuqori o'lchovli fazolardagi chiziqli algebra masalalarini geometriya bilan bog'lashga hizmat qiladi.*

Kalit so'zlar: *determinant, fazo,vektor, tekislik, hajm*

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА В ГЕОМЕТРИИ

Аннотация*: В данной статье студентам разъясняется связь геометрии и геометрии определителя 4-го порядка по теме алгебры и теории чисел. Тема интерпретации определителей 4-го порядка математики в геометрию связана с точкой пересечения областей алгебры и геометрии и служит для связи задач линейной алгебры в многомерных пространствах с геометрией.*

Ключевые слова*: определитель, пространство, вектор, плоскость, объем.*

INTERPRETATION OF DETERMINANTS OF THE 4TH ORDER TO GEOMETRY

Abstract*: In this article, the connection of the subject of the 4th order determinant with geometry is explained to the students of algebra and number theory. The topic of the interpretation of 4th-order determinants of mathematics into geometry is related to the meeting point of the areas of algebra and geometry, and serves to connect the problems of linear algebra in high-dimensional spaces with geometry.*

Key words*: determinant, space, vector, plane, volume*

Determinant matritsaning asosiy xossalarini ifodalovchi son bo'lib, u matritsaning invertirlanishini (teskari matritsaning mavjudligini) belgilaydi, chiziqli bog‘lanmaganlik va chiziqli transformatsiyalarning fazoviy hajmga (volyumga) ta’sirini o‘lchaydi.

4-tartibli determinant $Det = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$ shaklida yozilib, uning qiymati geometrik talqinda yuqori o‘lchovli fazoning hajmini belgilaydi.

Biz bu determinant orqali 4 o’lchovli vektorlarni bir tekislikda yotish yoki yotmasligini aniqlashimiz mumkin. Buning uchun biz dastlab 4-tartibli determinantlarni yechish usullarini ko’rib chiqamiz.

Laplasning minorlar qoidasi bo‘yicha to‘rt tartibli determinantni uch tartibli determinantlar bilan ifodalab misolni oson yechish mumkin.

Bir qator yoki ustunni tanlaymiz: Masalan, birinchi qator bo‘yicha determinantni kengaytiramiz. $Det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{14} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix}$

Geometrik manosi

Bizda $A(a_{11,}a_{12,}a_{13,}a_{14,})$, $B(a_{21,}a_{22,}a_{23,}a_{24,})$, $A(a_{31,}a_{32,}a_{33,}a_{34,})$, $A(a_{41,}a_{42,}a_{43,}a_{44,})$ nuqtalar berilgan bo’lsa uning bir tekislikda yotish yoki yotmasligini aynan 4-tartibli determinant orqali ishlanadi.

Agar determinant nolga teng bo‘lsa, bu 4 vektor bir fazoda yotayotganini va ular hosil qilgan hajm nol ekanini bildiradi.

Agar determinant 0 dan farqli bo‘lsa, 4 vektor fazoda chiziqli mustaqil bo‘lib, ular haqiqiy 4-o‘lchovli hajm hosil qiladi va bir tekislikda yotmaydi.

1-misol. $A(1,1,2,3), B(-1,4,0,1), C(1,1,2,3)\ va\ D(2,-6,0,2)$ nuqtalarning bir tekislikda yotishini isbotlang.

Yechish: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -6 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (-1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -6 & 0 & 2 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -6 & 2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -6 & 0 \end{vmatrix} = (-1)\big((1*2*2+2*3*(-6)+1*0*3) - (3*2*(-6)+0*3*1+1*2*2)\big) + 4*\big((1*2*2+2*3*2+1*0*3) - (2*2*3+0*3*1+1*2*2)\big) + 1*\big((1*1*0+1*2*2+1*(-6)*2) - (2*1*2+(-6)*2*1+1*1*0)\big) = 0$

Javob: bir tekislikda yotadi.

2-misol. $A(3,4,1,0), B(-1,4,0,1), C(1,1,2,3)\ va\ D(2,-6,0,2)$ nuqtalarning bir tekislikda yotishini isbotlang.

Yechish: $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -6 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (-1)\begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ -6 & 0 & 2 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} +$ $0\begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -6 & 2 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -6 & 0 \end{vmatrix} = (-1)\big((4*2*2+1*3*(-6)+1*0*0) -$ $(0*2*(-6)+0*3*4+1*1*2)\big) + 4*\big((3*2*2+1*3*2+1*0*0) -$ $(2*2*0+0*3*3+1*1*2)\big) + 1*\big((3*1*0+4*2*2+1*(-6)*1) -$ $(2*1*1+(-6)*2*3+1*4*0)\big) = 104\ \neq 0$

Javob: bir tekislikda yotmaydi.

Geometriyada bazis tushunchasi odatda vektor fazosi yoki bo'shliq bilan bog‘liq bo‘lib, ma'lum bir fazoni to‘liq ifodalash uchun ishlatiladigan mustaqil vektorlar to‘plamini anglatadi

4x4 o‘lchamli matritsa yordamida bazisni aniqlash uchun, matritsaning qator yoki ustun vektorlarining chiziqli mustaqilligini tahlil qilish kerak. Bazisni aniqlash jarayoni quyidagicha amalga oshiriladi:

Bazis aniqlash uchun asosiy qadamlar:

a) Qator yoki ustunlarni tanlash: Bazis qatorlar bo‘yicha aniqlansa, qatorlar chiziqli mustaqil bo‘lishi kerak. Bazis ustunlar bo‘yicha aniqlansa, ustunlar chiziqli mustaqil bo‘lishi kerak.

b) Rang (rank) hisoblash: Matritsaning rangini hisoblash orqali, nechta chiziqli mustaqil vektor borligini bilib olish mumkin. Rangni aniqlash uchun quyidagilar amalga oshiriladi: Matritsani qator darajaviy shaklga (row echelon form) keltiring.Nol bo‘lmagan qatorlar soni — matritsaning rangi bo‘ladi.

c) Bazisni aniqlash: Qator bazisi: Nol bo‘lmagan qatorlar bazisni tashkil qiladi. Ustun bazisi: Chiziqli mustaqil ustunlar bazisni tashkil qiladi.

3- misol: Aytaylik, bizda quyidagi 4x4 matritsa bor:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 6 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

a) Qator darajaviy shaklga keltirish: Qator operatsiyalari orqali matritsani quyidagicha soddalashtiramiz:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

b) Rangni aniqlash: Nol bo‘lmagan qatorlar soni: 2. Demak, matritsaning rangi 2.

c) Bazisni yozish: Qator bazisi: Birinchi va ikkinchi qatorlar bazis bo‘ladi:

$$v_1 = [1,2,1,3]\, , v_2 = [0,1,-1,2]$$

Natija: Matritsaning rangi 2 ga teng, demak, bazisni tashkil qiluvchi chiziqli mustaqil vektorlar soni ham 2 ta bo‘ladi.

Bazisni qator yoki ustunlar orqali ifodalash mumkin.

4-misol. Biror bazisda berilgan quyidagi vektorlar V_4 fazosining bazisini tashkil qiladimi $\underset{x_1}{\rightarrow} = \{1,-1,2,-2\}$ $\underset{x_2}{\rightarrow} = \{3,4,1,0\}$ $\underset{x_3}{\rightarrow} = \{3,4,-1,-3\}$ $\underset{x_4}{\rightarrow} = \{3,7,-2,4\}$

Yechish: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & -3 \\ 3 & 7 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 4 & -1 & -3 \\ 7 & -2 & 4 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} +$ $1\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 3 & 4 & -3 \\ 3 & 7 & 4 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \\ 3 & 7 & -2 \end{vmatrix} = 3\big(((-1)*(-1)*4 + 2*7*(-3) + 4*2*$ $4) - (7*(-1)*(-2) + (-2)*(-3)*(-1) + 4*2*4)\big) + 4*\Big((1*(-1)*4 +$ $2*(-3)*3 + 3*(-2)*(-2)\big) - (3*(-1)*(-2) + (-2)*(-3)*1 + 3*2*$ $4)\Big) + 1*\Big((1*4*4 + (-1)*(-3)*3 + 3*7*(-2)\big) - (3*4*-2 + 7*$ $(-3)*1 + 3*(-1)*4)\Big) = -38 \neq 0$

Javob: Bazis tashkil qiladi

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. Euclid, "Elements" – Bu asar qadimiy yunon geometriyasining asosiy manbai hisoblanadi. Euclid geometriyadagi ko‘plab shakllar va ularning xususiyatlarini o‘rgangan.
2. J. S. Mill, "A System of Logic" – Bu kitobda Mill mantiq va geometriyaning o‘zaro aloqalarini muhokama qilgan, eski geometrik shakllar va ularning matematik asoslarini tushuntirgan.
3. E. W. Dijkstra, "The Art of Computer Programming" – Bu kitobda geometrik shakllar va ularning kompyuterda ishlatilishi, shuningdek, matematik modellar haqida ma'lumotlar mavjud.
4. K. L. McLoughlin, "Ancient Geometry" – Bu kitob qadimiy madaniyatlarda (Masalan, Misr, Yunoniston) geometrik shakllarning ilmiy va madaniy rolini o‘rganadi.
5. M. T. L. McLeod, "Geometry and Art: Mathematical Visualization in Art and Architecture" – Ushbu asar geometrik shakllarning san’at va arxitekturadagi ahamiyatini, shuningdek, qadimiy madaniyatlarda qanday ishlatilganini tahlil qiladi.