

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЦЕССА ВЫСЕЧКИ ЗУБЬЕВ ПУАНСОНОМ И МАТРИЦЕЙ

Мадрахимов Д.У. PhD, с.н.с.,

Научно исследовательский институт волокнистых растений

Юлдашев А.Х. PhD, доцент Андижанский машиностроительный институт

Мансуров И.И. докторант Андижанский машиностроительный институт

Аннотация. В настоящей статье рассмотрена процесс высечки зубьев на пильных дисках в взаимодействии пуансона и матрицы. Моделированием процесса вырубki анализируется распределения напряжений в зоне контакта пуансона и заготовки. В отличие от традиционных подходов, использующих модель Герца, для вырубki применена модель специфического распределения напряжений, учитывающего особенности процесса вырубki. Составлена система уравнений представляющую собой обобщенную математическую модель процесса вырубki, учитывающую все рассмотренные ранее аспекты: распределение напряжений, критерий разрушения, рост трещины, динамику процесса, износ инструмента, термомеханические эффекты и условие формирования среза.

Ключевые слова: пуансон, матрица, процесс вырубki, математическая модель, напряжения, динамика, трещина, термомеханические эффекты.

В эпоху стремительного развития технологий обработки материалов традиционные подходы к анализу процессов формообразования требуют фундаментального переосмысления. Высечка зубьев джидных и линтерных пил представляет собой уникальный случай локализованного высокоскоростного взаимодействия инструмента и заготовки, где классические модели механики сплошных сред сталкиваются с ограничениями, обусловленными сложностью физических процессов на микро- и наноуровнях[1-2].

Переход от гильотинного принципа к высечке всей поверхностью пуансона знаменует собой открывает новую главу в понимании механики разрушения материалов при импульсных нагрузках. Этот феномен требует интеграции знаний из различных областей науки, включая физику твердого тела, материаловедение, нелинейную[3-4].

В рамках данного исследования мы предлагаем инновационную концепцию многомасштабного анализа процесса высечки, которая позволяет преодолеть ограничения существующих моделей и открыть новые горизонты в

оптимизации технологических процессов[1-5]. Наш подход базируется на следующих ключевых аспектах:

1. Мезоскопический анализ эволюции дислокационной структуры материала в зоне деформации, учитывающий стохастическую природу процессов самоорганизации дефектов.
2. Макроскопическое моделирование волновых процессов в системе пуансон-заготовка с учетом нелинейных эффектов и локализации деформаций.
3. Синергетический подход к анализу взаимодействия различных масштабных уровней, позволяющий выявить эмерджентные свойства системы.
4. Разработка новой теории "динамической морфологии поверхности", описывающей эволюцию микрорельефа в процессе высечки и его влияние на функциональные свойства зубьев.

Особое внимание в исследовании надо определить с динамической реконfigurацией кристаллической решетки" в зоне контакта пуансона и заготовки, который, по нашей гипотезе, играет ключевую роль в формировании уникальных свойств поверхности зубьев. Этот эффект, ранее не учитываемый в классических моделях, может стать основой для разработки принципиально новых методов управления свойствами материалов на атомарном уровне.

Моделирование процесса вырубki представляет собой комплексную задачу, требующую учета различных физических явлений и их взаимодействия. В основе модели лежит анализ распределения напряжений в зоне контакта пуансона и заготовки (рис. 1).

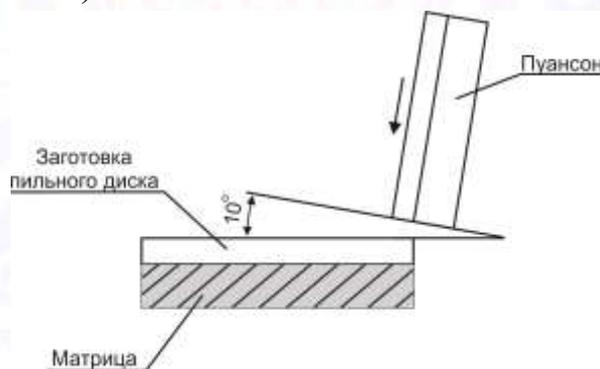


Рисунок 1. Схема взаимодействия пуансона и матрицы

В отличие от традиционных подходов, использующих модель Герца, для вырубki более адекватным является применение специфического распределения напряжений, учитывающего особенности процесса:

$$\sigma(z) = k * \sigma_s * \left(1 - \frac{z}{s}\right) \quad (1)$$

Где: $\sigma(z)$ - напряжение на расстоянии z от режущей кромки, k - коэффициент, зависящий от свойств материала (обычно принимающий значения 1.1-1.3), σ_s - сопротивление срезу материала, а s - толщина материала.

Процесс вырубki характеризуется сложным напряженно-деформированным состоянием, которое не может быть адекватно описано классическим критерием Мизеса. Вместо этого предлагается использовать комбинированный критерий разрушения, учитывающий как эквивалентные, так и касательные напряжения:

$$\left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_y}\right)^2 + 2\left(\frac{\tau_{max}}{\tau_c}\right)^2 = 1 \quad (2)$$

где σ_{eq} - эквивалентное напряжение,

σ_y - предел текучести,

τ_{max} - максимальное касательное напряжение,

τ_c - предел прочности на срез.

Заметим, что τ_{max} может быть выражено через $\sigma(z)$ из уравнения (1), устанавливая связь между распределением напряжений и критерием разрушения.

Для описания роста трещины в процессе вырубki эффективным подходом является использование модели когезионной зоны, которая связывает вектор напряжений в зоне разрушения с вектором раскрытия трещины:

$$t = f(\delta) \quad (3)$$

где t - вектор напряжений в когезионной зоне, δ - вектор раскрытия трещины, а $f(\delta)$ - функция, описывающая связь между напряжением и раскрытием. Функция f может быть определена экспериментально или на основе теоретических моделей, учитывающих свойства материала.

Динамика процесса вырубki описывается уравнением движения:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \nabla \cdot \sigma + f \quad (4)$$

где ρ - плотность материала, u - вектор перемещений, σ - тензор напряжений, а f - вектор объемных сил.

Тензор напряжений σ в этом уравнении связан с распределением напряжений, описываемым уравнением (1).

При моделировании процесса вырубki важно учитывать износ инструмента, который может быть описан с помощью модифицированного закона Арчарда:

$$V = k * F_N * \frac{s}{H} \quad (5)$$

где V - объем изношенного материала, k - коэффициент износа, F_N - нормальная сила, s - путь скольжения, H - твердость материала инструмента.

F_N здесь может быть выражена через интеграл от $\sigma(z)$ из уравнения (1) по площади контакта.

Термомеханическая связь в процессе вырубки описывается системой уравнений:

$$\sigma = \frac{f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)(6)\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + \left(\frac{\beta}{\rho c_p}\right) * \sigma : \dot{\varepsilon}_p (7)$$

где ε - деформация, $\dot{\varepsilon}$ - скорость деформации, T - температура, α - коэффициент температуропроводности, β - коэффициент Тейлора-Куинни c_p - удельная теплоемкость.

Уравнение (6) связывает напряжения с деформациями и температурой, а уравнение (7) описывает изменение температуры в процессе деформации.

Ключевым условием формирования среза при выручке является достижение интегральным значением касательных напряжений по толщине материала критического значения:

$$\int_0^s \tau(z) dz = \sigma_s * s \quad (8)$$

где $\tau(z)$ - касательное напряжение на расстоянии z от режущей кромки.

Это условие непосредственно связано с распределением напряжений, описываемым уравнением (1), так как $\tau(z)$ может быть выражено через $\sigma(z)$.

Для полного описания процесса вырубки необходимо учитывать граничные условия, включающие перемещение пуансона, приложенную силу и условия закрепления заготовки. Эти условия влияют на решение уравнения движения (4) и определяют конкретные значения в уравнениях (1)-(3) и (5)-(8).

Обобщая все вышесказанное, можно представить комплексную модель процесса вырубки в виде системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma(z) = k * \sigma_s * \left(1 - \frac{z}{s}\right) \\ \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_y}\right)^2 + 2\left(\frac{\tau_{max}}{\tau_c}\right)^2 = 1 \\ t = f(\delta) \\ \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \nabla \cdot \sigma + f \\ V = k * F_N * \frac{s}{H} \\ \sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) \\ \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + \left(\frac{\beta}{\rho c_p}\right) * \sigma : \dot{\varepsilon}_p \\ \int_0^s \tau(z) dz = \sigma_s * s \end{array} \right. \quad (9)$$

Эта система уравнений (9) представляет собой обобщенную математическую модель процесса вырубки, учитывающую все рассмотренные ранее аспекты: распределение напряжений (первое уравнение, соответствует (1)), критерий разрушения (второе уравнение, соответствует (2)), рост трещины (третье

уравнение, соответствует (3)), динамику процесса (четвертое уравнение, соответствует (4)), износ инструмента (пятое уравнение, соответствует (5)), термомеханические эффекты (шестое и седьмое уравнения, соответствуют (6) и (7)) и условие формирования среза (восьмое уравнение, соответствует (8)).

Решение данной системы уравнений с учетом соответствующих граничных условий позволяет получить полное описание процесса вырубki и прогнозировать качество получаемых деталей. Важно отметить, что уравнения в системе (9) взаимосвязаны: распределение напряжений влияет на критерий разрушения, рост трещины, динамику процесса, износ инструмента, термомеханические эффекты и условие формирования среза. Это делает систему нелинейной и требует применения сложных численных методов для ее решения.

Исходя из выше описанного уравнения, для определения силы можно воспользоваться классической формулой для расчета силы вырубki при нулевом зазоре, широко используемая в инженерной практике, имеет вид:

$$F_0 = \sigma_s * L * \frac{s}{2}$$

где F_0 - сила вырубki при нулевом зазоре, σ_s - предел прочности материала на срез, L - периметр вырубаемого контура, s - толщина материала [6-8]. Однако эта формула не учитывает влияние зазора между пуансоном и матрицей, который существенно влияет на процесс вырубki.

Для учета влияния зазора на силу вырубki предлагается теоретическая модель, основанная на анализе распределения напряжений в зоне среза. Согласно теории пластичности [6-8], распределение напряжений в зоне среза может быть аппроксимировано линейной функцией:

$$\sigma(x) = \sigma_s * \left(1 - \frac{x}{s_{eff}}\right) \quad (10)$$

где $\sigma(x)$ - напряжение на расстоянии x от режущей кромки,

s_{eff} - эффективная толщина среза.

Зазор z между пуансоном и матрицей влияет на эффективную толщину среза, которую можно выразить как:

$$s_{eff} = s + k * z \quad (11)$$

где k - коэффициент, учитывающий геометрию деформации.

Для получения силы вырубki нам нужно проинтегрировать напряжения по эффективной площади среза. Начнем с выражения для распределения напряжений (10) и проинтегрируем его по эффективной толщине среза:

$$F = \int_0^{s_{eff}} \sigma(x) * L dx$$

где L - периметр вырубаемого контура.

Подставляя выражение для $\sigma(x)$ из формулы (10), получаем:

$$F = \int_0^{s_{eff}} \sigma_s * \left(1 - \frac{x}{s_{eff}}\right) * L dx$$

Вычисляем интеграл:

$$F = \sigma_s * L * \left[x - \frac{x^2}{2*s_{eff}} \right]_0^{s_{eff}}$$

$$F = \sigma_s * L * \left[s_{eff} - \frac{s_{eff}^2}{2*s_{eff}} \right]$$

$$F = \sigma_s * L * \frac{s_{eff}}{2}$$

Теперь подставим выражение для s_{eff} из формулы (11):

$$F = \sigma_s * L * \frac{(s + k * z)}{2}$$

Выразим зазор z как долю от толщины материала: $z = \varepsilon * s$, где ε - относительный зазор. Подставляем в предыдущую формулу получим:

Интегрируя напряжения по эффективной площади среза и выражая зазор z как долю от толщины материала ($z = \varepsilon * s$), получаем зависимость силы вырубki от относительного зазора:

$$F(\varepsilon) = F_0 * (1 + k * \varepsilon) \quad (12)$$

Эта формула показывает, что сила вырубki линейно возрастает с увеличением зазора, причем скорость этого возрастания определяется коэффициентом k .

Для аналитического вывода коэффициента k рассмотрим геометрию деформации материала в зоне среза. Предположим, что деформация материала происходит в треугольной зоне между режущими кромками пуансона и матрицы. Пусть α - угол наклона линии среза к вертикали, тогда:

$$\tan(\alpha) = \frac{z}{s} = \varepsilon \quad (13)$$

Эффективная толщина среза s_{eff} будет равна длине наклонной линии среза:

$$s_{eff} = \frac{s}{\cos(\alpha)} \quad (14)$$

Разложив $\cos(\alpha)$ в ряд Тейлора до второго порядка и учитывая, что для малых углов $\tan(\alpha) \approx \alpha$, получаем:

$$s_{eff} \approx s * \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{2}\right) \quad (15)$$

Сравнивая это выражение с ранее введенной формулой (11) для s_{eff} , видим, что коэффициент k в первом приближении равен половине относительного зазора:

$$k \approx \varepsilon / 2 \quad (16)$$

Таким образом, окончательная формула для силы вырубki с учетом зазора принимает вид для нормального случая :

$$F(\varepsilon) \approx F_0 * \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{2}\right) \quad (17)$$

А в случае если зазор увеличивается, то будем пользоваться уравнение (12). Эта зависимость показывает, что влияние зазора на силу вырубki имеет нелинейный характер. При малых значениях зазора ($\varepsilon < 0.1$) увеличение силы вырубki незначительно, что согласуется с экспериментальными данными, приведенными в работе Зубцова М.Е. [6]. Однако в реальных производственных условиях зазор между пуансоном и матрицей может варьироваться в более широких пределах. Кроме того, при увеличении зазора процесс вырубki становится более сложным, включая не только срез, но и значительный изгиб материала.

Учитывая эти факторы, становится очевидным, что простая линейная зависимость силы вырубki от зазора, выраженная уравнением (12), не может адекватно описать процесс во всем диапазоне возможных значений зазора. Более того, в предыдущем анализе мы не учитывали влияние скорости деформации и динамических эффектов, которые могут играть существенную роль при высокоскоростной вырубке.

Для более точного описания процесса вырубki при различных условиях необходимо разработать более сложную модель, которая учитывала бы не только величину зазора, но и свойства материала, геометрию процесса и скорость деформации. Особый интерес представляет коэффициент k в уравнении (12), который, как мы теперь понимаем, не может быть постоянным, а должен зависеть от множества факторов.

В связи с этим предлагается провести более глубокий анализ, основанный на энергетическом подходе с использованием уравнений Лагранжа. Этот метод позволит нам учесть кинетическую и потенциальную энергию системы, а также энергию диссипации, связанную с пластической деформацией и образованием трещин.

Начнем наш анализ с рассмотрения энергетического баланса процесса вырубki. Полная энергия системы E может быть представлена как сумма кинетической энергии T , потенциальной энергии U и энергии диссипации D :

Полная энергия системы E может быть представлена как сумма кинетической энергии T , потенциальной энергии U и энергии диссипации D :

$$E = T + U + D \quad (18)$$

Кинетическая энергия T зависит от скорости движения пуансона v :

$$T = \left(\frac{1}{2}\right) * m * v^2 \quad (19)$$

где m - эффективная масса системы.

Потенциальная энергия U включает энергию деформации материала при изгибе и растяжении: $U = U_{\text{изгиб}} + U_{\text{растяж}}$ (20)

Энергия изгиба может быть аппроксимирована как:

$$U_{\text{изгиб}} = \left(\frac{1}{2}\right) * EI * \left(\frac{\varepsilon}{s}\right)^2 * L \quad (21)$$

где E - модуль Юнга, I - момент инерции сечения, ε - относительный зазор, s - толщина материала, L - периметр вырубki.

Энергия растяжения:

$$U_{\text{растяж}} = \left(\frac{1}{2}\right) * EA * \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 * l \quad (22)$$

где A - площадь сечения, Δl - удлинение, l - характерная длина.

Энергия диссипации D учитывает пластическую деформацию и образование трещины:

$$D = \sigma_y * V_{\text{пласт}} + G_c * A_{\text{трещ}} \quad (23)$$

где σ_y - предел текучести, $V_{\text{пласт}}$ - объем пластически деформированного материала, G_c - критическая энергия разрушения, $A_{\text{трещ}}$ - площадь образовавшейся трещины.

Применяя уравнение Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \quad (24)$$

где $L = T - U$ - функция Лагранжа,

q - обобщенная координата (в нашем случае - перемещение пуансона), Q - обобщенная сила.

Подставляя выражения для T и U и выполняя дифференцирование, получаем:

$$m * \frac{d^2 q}{dt^2} + \left(\frac{EI}{s^2} + \frac{EA}{l} \right) * q = F - \frac{\partial D}{\partial q} \quad (25)$$

где F - приложенная сила.

Учитывая скорость деформации $\dot{\varepsilon} = \frac{v}{s}$, можем выразить F как:

$$F = F_0 * (1 + k\varepsilon) * (1 + \eta\dot{\varepsilon}) \quad (26)$$

где η - коэффициент чувствительности к скорости деформации.

Теперь, сравнивая (25) и (26), можем выразить коэффициент k :

$$k = \left[\frac{\left(\frac{EI}{s^2} + \frac{EA}{l} \right)}{F_0} + \frac{\partial D}{\partial q F_0} \right] * s - \frac{\eta v}{s} \quad (27)$$

Это выражение показывает, что k зависит от:

1. Свойств материала (E , σ_y , G_c)
2. Геометрии процесса (I , A , s , l)
3. Скорости деформации (v)
4. Зазора (ε)

Заклучение. Для практического использования этой формулы необходимо определить значения входящих в нее параметров экспериментально или из справочных данных для конкретного материала и условий процесса.

Использованная литература

1. Мадрахимов Д.У., Юлдашев А.Х., Мансуров И.И. Усовершенствовании конструкции пилонасекательного станка. //Образование наука и инновационные идеи в мире, - 2024, №-53 Часть–2, 52-57- стр.
2. D. Madrahimov, A. Yuldashev, I. Mansurov. Improvement of the design of the saw-cutting machine// Texas Journal of Engineering and Technology. Vol. 36, 2024.
3. Куронбаев У.К., Мадрахимов Д.У.Разработка конструкции пилонасекательного станка // Тошкент тўқимачилик ва энгил саноат институти. 2022 йил 18-19 май, “Фан, таълим, ишлаб чиқариш интеграциялашуви шароитида пахта тозалаш, тўқимачилик, энгил саноат, матбаа ишлаб чиқариш инновацион технологиялари долзарб муаммолари ва уларнинг ечими”. Тошкент – 2022. 247– 250 б.
4. Куронбаев У.К., Мадрахимов Д.У. Ишлаб чиқилган янги аррага тиш очиш дастгоҳини синовлари натижалари // Гулистон давлат университети. 25-26 май, “Сифатли таълим ва интердисциплинар ёндашув: муаммолар, ечимлар ва хамкорлик”. Гулистон-2023. 1177-1180 б.
5. D.U.Madrakhimov, U.K.Kuronbaev Burr Formation during Cutting Saws and Factors Affecting the Cleanliness of Cut Teeth on Sawmills. Andijon-2022 yil 25-27 May. "Ilm-fan, madaniyat, texnika va tehnologiyalarning zamonaviy yutuklari hamda ularning iktisodietga tatbiki" mavzusidagi Khalkaro ilmiy-amaliy konferentsiya materiallar tўplami, 850– 852 p. 73. Internet resources.
6. Зубцов М. Е. Листовая штамповка, Машиностроение, Ленинград, 1980 г. -432 с.
7. Типалин С.А., Сапрыкин Б.Ю., Шпунькин Н.Ф. Краткий обзор многослойных листовых деформируемых материалов используемых для защиты от шума / Известия МГТУ «МАМИ» 2012. №2. С.194-199
8. Tekaslan O., Nedim Gerger B., Ulvi Seker, Determination of spring-back of stainless steel sheet metal in “V” bending dies, Materials and Design, №29, Elsevier, 2008 г. 1043–1050с.