SIMMETRIK MATRITSALARNING XOS SONINI MATHCAD DASTURIDA YAKOBI USULIDA TOPISH

Namangan Davlat Universiteti
Matematika va informatika fakulteti, Amaliy matematika(sohalar bo`yicha)
2-kurs magistranti
Mirzayeva Ziyodaxon O'ktamjonovna
e-mail:ziyodaxonmirzayeva0706@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqola , matritsalarning turlari va simmetsik matritsalarning xos sonini topish bo'yicha bir qancha zarur ma'lumotlar, simmetrik matritsaning xos sonlarni toppish uchun Yakobi usuli va Yakobi usulining qadamlari, Mathcad dasturida Yakobi usulida misollarning yechimini o'z ichiga oladi.

Kalit so'zlar: simmetrik matritsa, nosimmetrik matritsa, teng matritsa, Yakobi usuli, itaratsiya usuli, diagonali, Mathcad dasturi, diagonal matritsa, skalyar matritsa, birlik matritsa, transponirlangan matritsa.

Yakobi usili - bu simmetrik matritsaning barcha xos qiymatlari va xos vektorlarini ajratib oladigan nisbatan sodda takrorlanuvchi protsedura . Uning foydaliligi kichik matritsalar bilan cheklangan (20 Ч 20 dan kam), chunki hisoblash harakatlari matritsaning o'lchami bilan juda tez ortadi. Usulning asosiy kuchi uning mustahkamligidir - u kamdan-kam hollarda ta'minlay olmaydi.

Usul nosimmetrik matritsaning xos qiymatlari bo'yicha to'liq muammoni hal qilish uchun ishlatiladi va H ortogonal matritsasidan foydalanib, asl A matritsasining o'xshashligini o'zgartirishga asoslangan. Ikki matritsa A va B o'xshash (A~B) yoki B~A) deyiladi, agar $B = H^{-1}AH \; yoki \; A = HAH^{-1}$, bu yerda H yagona bo'lmagan matritsadir. Aylanish usulida H sifatida qabul qilinadi ortogonal matritsa shundayki, $HH^T = H^TH = E \Leftrightarrow H^T = H^{-1}$, bu bog'liq burchakdan $\varphi^{(k)}$:

$$H^{(k)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_k & 0 & 0 & -s_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_k & 0 & 0 & c_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

qayerda

$c_k = cos\varphi_k, s_k = sin\varphi_k$. $p = tg2\varphi^{(k)} = 2A_{ij}^{(k)}/(A_{ii}^{(k)} - A_{jj}^{(k)})$,

$s = sin\varphi^{(k)} = signp\sqrt{0.5\left(1 - 1/\sqrt{1+p^2}\right)}$,

$$c = cos\varphi^{(k)} = \sqrt{0.5(1 + 1/\sqrt{1+p^2})}$$

O'zgartirilgan A matritsa uchun xos qiymatlar saqlanadi. Aylanish usulini amalga oshirishda o'xshashlikni o'zgartirish dastlabki A matritsasiga qayta-qayta qo'llaniladi:

$$A^{(k+1)} = (H^{(k)})^{-1}A^{(k)}H^{(k)} = (H^{(k)})^T A^{(k)}H^{(k)}, k = 1,2, \ldots$$

shu paytgacha diagonal bo'lmagan barcha elementlar yo'q bo'lib ketgan yoki berilgan kichik sondan ε kamroq bo'lgan. Maksimal diagonaldan tashqari element $A_{ij}^{(k)} = \max\{\left|A_{ij}^{(k)}\right|, i < j\}$ uni k-iteratsiyaning yetakchi elementi deb ataymiz.

Jakobi usulining algoritmi quyidagi jadvalda tasvirlangan:

Simmetrik matritsalar uchun Yakobi usuli algoritmi

Qadamlar	Bir iteratsiyada bajariladigan operatsiyalar
1	Vazifa $k = 0, A^{(0)} = A, \varepsilon$ -raqami, qadam matritsasi va hisoblashning aniqligi
2	Yetakchi elementni aniqlash: $A_{ij}^{(k)} = \max\left\{\left|A_{ij}^{(k)}\right|, i < j, i \neq j\right\}$. Agar $\left|A_{ij}^{(k)}\right| < \varepsilon$ hamma uchun i<j , keyin qo'ying $\lambda_i\left(A^{(k)}\right) = A_{ij}^{(k)}, i = 1..n$ va $X^{(k)} = H^{(0)} \ldots H^{(k-1)}, AX^{(j)} = \lambda_j X^{(j)}$. Agar $\left|A_{ij}^{(k)}\right| > \varepsilon$ keyin jarayon davom etadi.
3	Burilish burchagini aniqlash $p = tg2\varphi^{(k)} = 2A_{ij}^{(k)}/(A_{ii}^{(k)} - A_{jj}^{(k)})$, $s = sin\varphi^{(k)} = signp\sqrt{0.5\left(1 - 1/\sqrt{1+p^2}\right)}$, $c = cos\varphi^{(k)} = \sqrt{0.5(1 + 1/\sqrt{1+p^2})}$
4	Aylanish matritsasini yarating: $H = H_{ij} = \begin{bmatrix} c & 0 & -s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ bu yerda i=1, j=3.
5	Keyingi taxminni hisoblash $A^{(k+1)} = (H^{(k)})^T A^{(k)} H^{(k)}$. A ning diagonal shaklga yaqinlik o'lchovini hisoblash: $r\left(A^{(k+1)}\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(A_{ij}^{(k)})^2 - \sum_{i=1}^{n}(A_{ii}^{(k)})^2$. k=k+1 o‘rnating va 2-bosqichga o‘ting

3.1.1-jadval. Yakobi iterativ usulining algoritmi.

1-Misol. Matritsaning xos qiymatlari va vektorlarini aniqlang:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ $\varepsilon = 10^{-10}$ aniqlik bilan.

Iteratsiya № 1. Jadvaldagi barcha hisob-kitoblarni bajaramiz:

Qadamlar	Operatsiyalar	Hisoblash jarayoni
1	Vazifa $k = 0, A^{(0)} = A, \varepsilon$	$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ $\varepsilon = 10^{-10}$
2	Yetakchi element: $A_{ij}^{(k)} = \max\left\{\left\|A_{ij}^{(k)}\right\|, i < j, i \neq j\right\}$, Agar $\left\|A_{ij}^{(k)}\right\| \leq \varepsilon, i < j,$ aks holda to'xtating 3-bosqichga o'ting	$A_{ij} = A_{12} = 1.$ Chunki $\|A_{12}\| > \varepsilon$ keyin jarayon davom etadi
3	Aylanish burchagini toping $p = tg2\varphi^{(k)} = 2\dfrac{A_{ij}^{(k)}}{(A_{ii}^{(k)} - A_{jj}^{(k)})}$	$p = 2A_{ij}^{(k)}/(A_{ii}^{(k)} - A_{jj}^{(k)}) = -2$ $s = signp\sqrt{0.5\left(1 - 1/\sqrt{1+p^2}\right)}$ =0.58471028466 $c = \sqrt{0.5(1 + 1/\sqrt{1+p^2})}$ =0.81124218518
4	Aylanish matritsasini toping $H^{(k)}$	$H^{(0)} = \begin{bmatrix} c_0 & -s_0 \\ s_0 & c_0 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 0.81124218518 & 0.58471028466 \\ -0.58471028466 & 0.81124218518 \end{bmatrix}$
5	Keyingi iteratsiyani toping $A^{(k+1)} = (H^{(k)})^T A^{(k)} H^{(k)}$ $A^{(k+1)} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(A_{ij}^{(k)})^2 - \sum_{i=1}^{n}(A_{ii}^{(k)})^2$. k=k+1 ni qo‘ying va 2-bosqichga o‘ting	$A^{(1)} = (H^{(0)})^T A^{(0)} H^{(0)}$ $= \left(H^{(0)}\right)^T \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} * H^{(0)}$ $= \begin{bmatrix} 9.3245553203 & 0 \\ 0 & -3.3245553203 \end{bmatrix}$

Diagonaldan tashqari etakchi element nolga teng va aniqlik bir iteratsiyada erishiladi. Quyidagi xos qiymatlar va vektorlar topiladi:

λ_1=9.3245553203; λ_2=-3.3245553203,

$$X = H^{(0)} = \begin{bmatrix} X^1 \\ X^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.81124218518 & 0.58471028466 \\ -0.58471028466 & 0.81124218518 \end{bmatrix}$$

Matritsaning barcha xos sonlari va ularga mos xos vektorlami topish masalasi xos qiymatlarni to‘liq muammosi deyiladi. Xos sonlarning bittasi yoki ulaming bir qismini va mos ravishda xos vektorini topish xos qiymatlarning qismiy muammosi deyiladi. Nazariy va amaliy masalalami yechishda ko‘pincha matritsaning xos sonlarini topish talab qilinadi. Masalan, chiziqli algebraik simmetrik matritsalarni yakobi metod bilan yechishda va Yakobi usuli, o'zgarishlarni "boshqarish" orqali matritsaning o'zgarishi (vektorli) orqali vaziyatni yaxshilash uchun ishlatiladi. Ushbu usul asosan matritsalarni diagonalizatsiya qilish va o'zgaruvchan o'lchamlarni yaxshilash maqsadida qo'llaniladi. Yakobi usulida Mathcad va Python dasturida misollar ishlash qulayroqdir.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Imomov A., Ismanova K., Irisqulov S., Olimov M. Sonli usullar va algoritmlar. Mathcad. O‘quv qo‘llanma. O‘zR OO‘MTV ning 2008 y. 28.02. № 51- sonli buyrug‘I bilan tasdiqlangan. Namangan, “Namangan”, 2014.-274 b.
2. Imomov A., Ergashev B.E. Differentsial va integral tenglamalarni taqribiy echish. O‘quv qo‘llanma. O‘zR OO‘MTV ning 2018 y. 25.08. №744 sonli buyrug‘i bilan tasdiqlangan. Namangan, “Namangan”, 2018.-120 b.
3. Imomov A. Hisoblash usullari. Algebra va analiz masalalarini taqribiy echish. Namangan, NamDU. Uslubiy qo‘llanma, 2020.-120 b.
4. Imomov A. Hisoblash usullari.Amaliy ishlar. Namangan, NamDU. Uslubiy qo‘llanma, 2020.-76 b.
5. SHarыy S.P. U.P. Kurs vыchislitelnыx metodov. - Novosibirsk., IVT,2018.-607 s.
6. Kuvayskova U.E. CHislennыe metodы. Laboratornыy praktikum. Ulyanovsk, UlGTU, 2014.-114 s.
7. Xashimov A.R., Xujaniyazova G.S. Iqtisodchilar uchun matematika. O’quv qo’llanma. “Iqtisod-moliya”. 2017, 386 bet.
8. Safayeva Q., Shomansurova F. “Matematik programmalashtirish fanidan mustaqil ishlar majmuasi”. O’quv qo’llanma. T., 2012.
9. A.Imomov. “Hisoblash usullari,4” Masofaviy amaliy ishlar O`quv qo`llanma Namangan 2024 16-bet