ISSN: 3030-3621
Ta'lim innovatsiyasi va integratsiyasi

KALKULYUSNING ASOSIY KONSEPSIYALARI

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston milliy universitetining Jizzax filiali
Xolbo'tayev Kamoliddin Husniddin o'g'li
e-mail: xolbotayevkamoljon@gmail.com

Annotatsiya: Kalkulyus, matematikaning bir bo'limi bo'lib, u o'z ichiga limitlar, differensial va integral hisoblarni oladi. Bu soha, asosan, o'zgaruvchan miqdorlar bilan ishlashga qaratilgan bo'lib, u ko'plab ilmiy va muhandislik sohalarida qo'llaniladi. Kalkulyusning asosiy konsepsiyalari, uning nazariyasi va amaliyotida muhim rol o'ynaydi. Ushbu maqolada kalkulyusning asosiy konsepsiyalari, ularning ahamiyati va qo'llanilishi haqida batafsil ma'lumot beriladi.

Kalit so'zlar: kalkulyus, funksiya, limitlar, nazariya, amaliyot, differensial hisob, grafik.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ИСЧИСЛЕНИЯ

Аннотация: Исчисление — раздел математики, включающий в себя исчисление, дифференциальное и интегральное исчисление. Эта область в основном ориентирована на работу с переменными величинами и используется во многих научных и инженерных областях. Основные понятия исчисления играют важную роль в его теории и практике. В этой статье представлена подробная информация об основных понятиях исчисления, их важности и применении.

Ключевые слова: исчисление, функция, пределы, теория, практика, дифференциальное исчисление, график.

BASIC CONCEPTS OF CALCULUS

Abstract: Calculus is a branch of mathematics that includes calculus, differential and integral calculus. This field mainly focuses on working with variable quantities and is used in many scientific and engineering fields. The basic concepts of calculus play an important role in its theory and practice. This article provides detailed information on the basic concepts of calculus, their importance and applications.

Key words: calculus, function, limits, theory, practice, differential calculus, graph.

Kirish

Kalkulyasiya — mahsulot birligi yoki bajarilgan ish tannarxini hisoblab chiqarish. Kalkulyus tannarx bo'yicha reja yoki hisobotning asosiy ko'rsatkichlaridan biri hisoblanadi. Limitlar kalkulyusning asosiy tushunchalaridan biridir. U o'zgaruvchan miqdorlarning biror bir nuqtaga yaqinlashishini ifodalaydi. Limitlar yordamida funksiyaning xulq-atvorini o‘rganish mumkin, masalan, biror nuqtada yoki cheksizlikda. Limitlar, shuningdek, differensial hisobning asosini tashkil etadi. Agar biror funksiya x nuqtasida limitga ega bo‘lsa, bu funksiya x nuqtasida davomiy bo‘ladi. Limitlar yordamida funksiya grafigini tahlil qilish va uning xulq-atvorini tushunish mumkin. Differensial hisob, funksiyaning o‘zgarish tezligini o‘rganadi. Bu, asosan, funksiya grafikidagi tangensial chiziqning qiyaligi orqali ifodalanadi. Agar f(x) funksiyasining x nuqtasidagi differensiali f'(x) deb ataladigan qiymatga ega bo‘lsa, bu funksiya o‘sha nuqtada qanday o‘zgarayotganini ko‘rsatadi. Differensial hisob, ko‘plab muhandislik va iqtisodiy masalalarda qo‘llaniladi, masalan, tezlik, tezlikning o‘zgarishi va boshqa ko‘plab tushunchalarni aniqlashda. Integral hisob, differensial hisobning aksidir. U funksiya ostidagi maydonni hisoblashga qaratilgan. Agar f(x) funksiyasining integralini hisoblasak, bu funksiya ostidagi maydonni topamiz. Integral hisob, ko‘plab amaliy masalalarda, masalan, jismning hajmini, ishni yoki energiyani hisoblashda qo‘llaniladi. Integral hisobning ikki asosiy turi mavjud: aniqlangan integral va aniqlanmagan integral. Aniqlangan integral, berilgan chegaralar orasidagi maydonni hisoblaydi, aniqlanmagan integral esa funksiya uchun umumiy yechimni beradi. Kalkulyusning asosiy teoremasi, differensial va integral hisob o‘rtasidagi bog‘liqlikni ko‘rsatadi. Bu teorema, agar f(x) funksiyasi davomiy bo‘lsa, unda uning integralini hisoblash orqali differensialini qayta tiklash mumkinligini ta’kidlaydi. Bu teorema, kalkulyusning ko‘plab amaliyotlarida muhim ahamiyatga ega, chunki u ikki asosiy tushunchani birlashtiradi va ularning o‘rtasidagi bog‘liqlikni ko‘rsatadi. Kalkulyusda ishlatiladigan funksiyalar turli xil bo‘lishi mumkin. Ular orasida polinom funksiyalar, trigonometrik funksiyalar, eksponential va logarifmik funksiyalar mavjud. Har bir funksiya o‘ziga xos xulq-atvor va xususiyatlarga ega. Kalkulyusda ushbu funksiyalarni o‘rganish, ularning limitlari, differensial va integral hisoblarini hisoblashda muhimdir. Funksiyalarni tahlil qilish, ularning grafigini chizish va xulq-atvorini tushunish kalkulyusning asosiy vazifalaridan biridir. Kalkulyus, nafaqat nazariy matematikada, balki ko‘plab amaliy sohalarda ham qo‘llaniladi. Fizika, muhandislik, iqtisodiyot, biologiya va boshqa ko‘plab sohalarda kalkulyusning asosiy konsepsiyalari muhim ahamiyatga ega. Masalan, fizika sohasida harakat qonunlarini tushunish uchun differensial hisobdan foydalaniladi. Iqtisodiyotda esa, talab va taklifni o‘rganish, foyda va xarajatlarni hisoblashda integral hisobdan foydalaniladi. Kalkulyusning tarixi XVII asrga borib taqaladi. Bu davrda I. Nyuton va G. Leybniz kabi olimlar kalkulyusning asosiy tushunchalarini ishlab chiqdilar. Ularning ishlari, matematikani yangi bosqichga olib chiqdi va kalkulyusning rivojlanishiga zamin yaratdi. Kalkulyus, vaqt o‘tishi bilan ko‘plab olimlar tomonidan rivojlantirildi va hozirgi kunda u matematikaning muhim bir bo‘limiga aylandi.

Differensial va integral hisob o'rtasidagi bog'liqlik kalkulyusning asosiy teoremasi orqali ifodalanadi. Ushbu teorema, differensial va integral hisobning bir-biriga qanday bog'liq ekanligini ko'rsatadi.

Kalkulyusning asosiy teoremasi ikki qismdan iborat:

- Birlamchi qism: Agar f(x) funksiyasi [a, b] intervalida davomiy bo'lsa va F(x) funksiyasi f(x) ning antiderivativ (ya'ni, differensialini olish orqali hosil bo'lgan funksiya) bo'lsa, unda quyidagi tenglama to'g'ri:

∫(a; b) f(x) dx = F(b) - F(a)

Bu yerda ∫(a; b) f(x) dx f(x) funksiyasining [a, b] intervalidagi integralini ifodalaydi. Ushbu tenglama, integral hisob yordamida funksiya ostidagi maydonni hisoblash imkonini beradi.

- Ikkinchi qism: Agar F(x) funksiyasi f(x) ning antiderivativ bo'lsa, unda F'(x) = f(x) tenglamasi to'g'ri. Bu, integral hisobning differensial hisob bilan bog'liqligini ko'rsatadi. Ya'ni, agar siz biror funksiya F(x) ni differensial qilsangiz, natijada f(x) ni olasiz.

Differensial va integral hisob o'rtasidagi bog'liqlik, matematikada va amaliyotda bir qator muhim natijalarni keltirib chiqaradi:

- Funksiyaning O'zgarishini Tahlil Qilish: Differensial hisob yordamida funksiya o'zgarishini, ya'ni uning tezligini va qiyaliligini o'rganish mumkin. Integral hisob esa, funksiya ostidagi maydonni hisoblash orqali o'zgarishning umumiy natijasini beradi. Bu bog'liqlik, biror jarayonning tezligini va umumiy o'zgarishini bir vaqtning o'zida tahlil qilish imkonini beradi.

- Amaliy Masalalar: Fizika, iqtisodiyot va boshqa sohalarda, differensial va integral hisob yordamida ko'plab masalalarni hal qilish mumkin. Masalan, harakatning tezligini hisoblash uchun differensial hisobdan foydalaniladi, lekin harakat ostidagi maydonni hisoblash uchun integral hisobdan foydalaniladi.

- Matematik Nazariyalar: Kalkulyusning asosiy teoremasi, matematik nazariyalar va tushunchalar o'rtasidagi bog'liqlikni ko'rsatadi. Bu, matematikani yanada chuqurroq o'rganishga va yangi nazariyalar yaratishga imkon beradi.

Differensial va integral hisob o'rtasidagi bog'liqlik, kalkulyusning asosiy teoremasi orqali ifodalanadi va bu bog'liqlik matematikada va amaliyotda juda muhim ahamiyatga ega. U funksiya o'zgarishini tahlil qilish va amaliy masalalarni hal qilishda qo'llaniladi. Ushbu bog'liqlik, matematik nazariyalar va tushunchalar o'rtasidagi o'zaro aloqani ko'rsatadi va kalkulyusning rivojlanishida muhim rol o'ynaydi.

Kalkulyusda davomiylikni aniqlash uchun bir funksiyaning ma'lum bir nuqtada davomiy bo'lish shartlarini tekshirish kerak. Bir funksiyaning f(x) nuqtasida davomiy bo'lishi uchun quyidagi uchta shart bajarilishi kerak:

1. Funksiya nuqtada aniqlangan bo'lishi: f(a) qiymati mavjud bo'lishi kerak, ya'ni a nuqtasida funksiya aniqlanmagan bo'lmasligi kerak.

2. Limit mavjudligi: $\lim_{x \to a} f(x)$ limiti mavjud bo'lishi va cheksizga yaqinlashishi kerak. Bu shart, x a ga yaqinlashganda f(x) ning qanday qiymatga yaqinlashishini anglatadi.

3. Limit va funksiya qiymati tengligi: $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ sharti bajarilishi kerak. Ya'ni, x a ga yaqinlashganda funksiya qiymati f(a) ga teng bo'lishi kerak.

Agar yuqoridagi uchta shart bajarilsa, f(x) funksiyasi a nuqtasida davomiy deb hisoblanadi.

Misol:

Keling, $f(x) = (x^2 - 1) / (x - 1)$ funksiyasini $x = 1$ nuqtasida davomiyligini tekshirib ko'raylik.

1. Funksiya nuqtada aniqlanganmi?

$f(1) = (1^2 - 1) / (1 - 1) = 0/0$ — bu aniqlanmagan.

2. Limitni hisoblaymiz:

$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} (x^2 - 1) / (x - 1) = \lim_{x \to 1} ((x - 1)(x + 1)) / (x - 1) = \lim_{x \to 1} (x + 1) = 2.$

3. Limit va funksiya qiymatini solishtiramiz:

f(1) aniqlanmagan, shuning uchun f(x) $x = 1$ nuqtasida davomiy emas.

Agar funksiya nuqtada aniqlangan bo'lsa va limit qiymati funksiya qiymatiga teng bo'lsa, unda funksiya o'sha nuqtada davomiy bo'ladi.

Xulosa

Kalkulyus, matematikada o‘zgaruvchan miqdorlar bilan ishlashga qaratilgan muhim bir soha bo‘lib, uning asosiy konsepsiyalari limitlar, differensial va integral hisoblarni o‘z ichiga oladi. Ushbu tushunchalar, nafaqat nazariy matematikada, balki ko‘plab amaliy sohalarda ham qo‘llaniladi. Kalkulyusning asosiy teoremasi, differensial va integral hisob o‘rtasidagi bog‘liqlikni ko‘rsatadi va bu sohaning rivojlanishida muhim rol o‘ynaydi. Kalkulyus, o‘zining tarixi va rivojlanishi bilan matematikaning muhim bir bo‘limi sifatida tanilgan. Uning konsepsiyalari, bugungi kunda ham ilmiy va amaliy masalalarni hal qilishda qo‘llanilmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. *"Calculus" James Stewart 2015 Cengage Learning*
2. *"Calculus: Early Transcendentals"Howard Anton, Irl Bivens, Stephen Davis 2012 Wiley*
3. *"Calculus" Michael Spivak 2006 Publish or Perish*
4. *"Calculus" Tom M. Apostol 1974 Wiley*
5. *"Calculus Made Easy" Silvanus P. Thompson, Martin Gardner 1998 St. Martin's Press*
6. *"Calculus: A Complete Introduction" Robert D. Stroud 2013 Hodder Education*
7. *"Calculus" Michael Anthony, David C. Lay 2010 Pearson*
8. *"Advanced Calculus" Patrick M. Fitzpatrick 2009 Wiley*