SONNING KETMA-KETLIGI VA ULARNING LIMITI TUSHUNCHASI

Ergasheva Diyora Alisher qizi, Mirzarahimova Ezoza Odil qizi
O'zbekiston Milliy universitetining Jizzax filiali 4-kurs talabalari

Annotatsiya. Ushbu maqolada sonning ketma-ketligi va limiti tushunchasi, matematikada limitlarning qo'llanishi, sonning limiti xususiyatlari va shu xossalaridan foydalanib misollar yechish usullari keltirilgan.

Kalit so'zlar. Sonning ketma-ketligi, sonning limiti, metrik fazo, kompleks son, akslantirish, metrik fazo, haqiqiy son, ketma-ketlik chegarasi, butun son, ratsional son.

Sonlar ketma-ketligi va ularning limiti — sonli fazo elementlari ketma-ketligining chegarasi. Sonli fazo metrik fazo bo'lib, unda masofa elementlar orasidagi farq moduli sifatida aniqlanadi. Kompleks sonlarda ketma-ketlik chegarasining mavjudligi kompleks sonlarning haqiqiy va xayoliy qismlarining tegishli ketma-ketliklarining chegaralari mavjudligiga tengdir.

Limit (sonli ketma-ketlik) matematik analizning asosiy tushunchalaridan biridir. Har bir haqiqiy son kerakli qiymatga yaqinlashishlar ketma-ketligining chegarasi sifatida ifodalanishi mumkin. Sanoq sistemasi bunday takomillashtirish ketma-ketligini ta'minlaydi. Butun va ratsional sonlar davriy yaqinlashishlar ketma-ketligi bilan, irratsional sonlar esa davriy bo'lmagan yaqinlashishlar ketma-ketligi bilan tavsiflanadi. Sonli usullarda sonlarni chekli sonli belgilar bilan tasvirlash qo'llanadi, bunda yaqinlashishlar tizimini tanlash alohida o'rin tutadi. Taxminlovchilar tizimining sifati mezoni yaqinlashuv tezligi hisoblanadi. Shu nuqtai nazardan, raqamlarning davomli kasrlar ko'rinishida ifodalanishi samaralidir.

Ketma-ketlik chegarasi tushunchasi XVII asrning ikkinchi yarmida Nyuton va XVIII asrning Eyler va Lagrange kabi matematiklari tomonidan qo'llangan, lekin ular chegarani intuitiv ravishda tushungan. Ketma-ketlik chegarasining birinchi qat'iy ta'riflari 1816-yilda Bolzano va 1821-yilda Cauchy tomonidan berilgan.

Birinchisi akslantirishning akslaridan iborat ushbu x_1, x_2, x_3, …, x_n, …to'plam sonlar ketma-ketligi deyiladi. Uni $\{x_n\}$ yoki x_n kabi belgilanadi.

Agar shunday o'zgarmas m soni mavjud bo'lsaki, ixtiyoriy x_n $(n=1,2,3,…)$ uchun $x_n \leq M$ tengsizlik bajarilsa (ya'ni $\exists m, \forall n \in N$: $x_n \geq M$ bo'lsa), $\{x_n\}$ ketma-ketlik yuqoridan chegaralangan deyiladi.

Agar shunday o'zgarmas m soni mavjud bo'lsaki, ixtiyoriy x_n $(n=1,2,3,…)$ uchun $x_n \geq m$ tengsizlik bajarilsa (ya'ni $\exists m, \forall n \in N$: $x_n \geq m$ bo'lsa), $\{x_n\}$ ketma-ketlik quyidan chegaralangan deyiladi.

Agar $\{x_n\}$ ketma-ketlik uchun $\forall M \in R$, $\exists n_0 \in N: x_0 \geq M$ bo'lsa, ketma-ketlik yuqoridan chegaralanmagan deyiladi.

Aytaylik, $a \in R$ son hamda ixtiyoriy musbat ε son berilgan bo'lsin.

Ushbu $U_\varepsilon(a)=\{x \in R \mid a-\varepsilon < x < a+\varepsilon\}=(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ to'plam a nuqtaning ε-atrofi deyiladi. Faraz qilaylik $\{x_n\}$ ketma-ketlik va $a \in R$ soni berilgan bo'lsin.

Agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son olingandan ham shunday n_0 natural soni mavjud bo'lsaki, $n>n_0$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha natural sonlar uchun $|xn-a|<\varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, (ya'ni $\forall\varepsilon > 0$, $\exists n_0 \in N$, $\forall n > n_0 : | x_n - a|<\varepsilon$) bo'lsa), a son $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi.

Agar a nuqtaning ixtiyoriy $U_\varepsilon(a)$ ham $\{x_n\}$ ketma-ketlikning biror hadidan keying barcha hadlari shu atrofga tegishli bo'lsa, a soni $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Гулмирза Худойберганов, Азизжон Ворисов. Сонлар кетма-кетлиги ва уларнинг лимити, 2010 — 30-32-bet.