ISSN: 3030-3621

ANIQ INTEGRAL

Qoraboyeva Dildora
Andijon Davlat Universiteti Matematika-mexanika fakulteti
matematika yo'nalishi 4M2 guruh talabasi

Annotatsiya: Aniq integral matematik analizning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, funksiyaning boshlang'ich funksiyasini aniqlashda muhim vosita hisoblanadi. Ushbu maqolada aniq integralning matematik ta'rifi, asosiy qoidalari, xususiyatlari va hisoblash usullari ko'rib chiqilgan. Shuningdek, aniq integralning amaliy masalalarni yechishda, masalan, fizikadagi harakat tenglamalari yoki iqtisodiyotdagi dinamik jarayonlarni modellashtirishda qanday qo'llanilishi yoritilgan. Maqola integral tushunchasini chuqurroq o'rganish va uni turli sohalardagi muammolarni hal qilishda ishlatish uchun zarur bilimlarni taqdim etadi.

Kalit so'zlar: aniq integral, boshlang'ich funksiya, matematik analiz, integral hisoblash, amaliy qo'llanilish, dinamik jarayonlar.

Kirish

Aniq integral matematik analizning muhim bo'limlaridan biri bo'lib, u funksiyaning boshlang'ich funksiyasini aniqlash va berilgan oraliqda uning qiymatini hisoblash orqali turli matematik jarayonlarni o'rganishga imkon beradi. Integral tushunchasi differensial hisoblashning teskari jarayoni sifatida paydo bo'lgan va bu ikki tushuncha o'zaro uzviy bog'liq. Agar hosila funksiya o'zgarish tezligini ko'rsatsa, aniqmas integral o'zgarish jarayonining umumiy ko'rinishini ifodalaydi.

Integralning asosiy g'oyasi yirik va murakkab masalalarni qismlarga bo'lib tahlil qilish va ularni yig'ish orqali yechimga erishishga asoslangan. Aniq integral matematik tahlil vositasi bo'libgina qolmay, fizika, muhandislik, iqtisodiyot va boshqa ko'plab sohalarda qo'llaniladi. Misol uchun, kinetik energiya va tezlikni hisoblashda, dinamika masalalarini o'rganishda yoki iqtisodiy o'sishni tahlil qilishda integral muhim ahamiyatga ega. Ushbu maqola aniqmas integralning matematik mohiyati, hisoblash qoidalari va real hayotdagi ahamiyatini batafsil yoritishga qaratilgan.

Asosiy qism

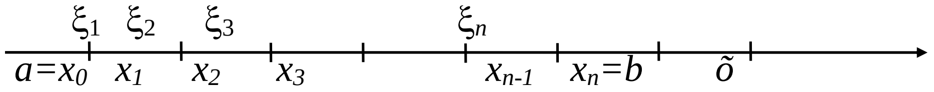
Aniq integral- matematik analizning asosiy tushunchalaridan biridir. Egri chiziqlar bilan chegaralangan yuzalarni, egri chiziq yoylari uzunliklarini, hajmlarini, ishlarni, tezliklarni, yo'llarni, inersiya momentlarini hisoblash masalasi u bilan bogliq.

$[a,b]$ kesmada $y=f(x)$ uzluksiz funksiya berilgan bo'lsin. Quyidagi amallarni bajaramiz.

1) $[a,b]$ kesmani $a= x_0,x_1,x_2,....,x_{n-1},x_n=b$ nuqtalar bilan n ta qismga ajratamiz va ular quyidagicha joylashgan bo'lsin.

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots . < x_{n-1} < x_n = b$$

Bularni qismiy intervallar deymiz.



2) Qismiy intervallarning uzunliklarini quyidagicha belgilaymiz:

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0\,;\ \Delta x_2 = xz - x_1\,;\ \Delta x_3 = x_3 - x_2\,; \ldots\ldots\ \Delta x_i = x_i - x_{i-1}\,; \ldots .\ \Delta x_n = x_n - x_{n-1}\,;$$

3) Har bir qismiy intervalning ichidan bittadan ixtiyoriy nuqta olamiz:

$$\xi_1,\ \xi_2,\ \xi_3, \ldots\ldots\ \xi_{n-1},\ \xi_n$$

4) Olingan ξ nuqtalarda funksiyaning qiymatini topamiz:

$$f(\xi_1);\ f(\xi_2); f(\xi_3), \ldots\ldots\ f(\xi_{n-1});\ f(\xi_n)$$

5) Har bir funksiyaning hisoblangan qiymatini tegishli qismiy intervalning uzunligiga ko'paytiramiz:

$$f(\xi_1)\ \Delta x_1;\ f(\xi_2)\ \Delta x_2\,;\ f(\xi_3)\ \Delta x_3, \ldots\ldots\ f(\xi_n)\ \Delta x_n$$

6) Hosil bo'lgan ko'paytmalarni qo'shamiz va σ deb belgilaymiz.

$$\sigma = f(\xi_1)\ \Delta x_1 + f(\xi_2)\ \Delta x_2 + f(\xi_3)\ \Delta x_3 + \ldots . + f(\xi_{n-1})\ \Delta x_{n-1} + f(\xi_n)\ \Delta x_n\,;$$

Shunday qilib, hosil bo'lgan σ yig'indi $f(x)$ funksiya uchun $[a,b]$ kesmada tuzilgan integral yig'indi deb ataladi va quyidagicha belgilanadi.

$$\sigma = \sum_{i-1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i \quad (1)$$

Bu integral yig'indining geometrik ma`nosi, agar $f(x) \geq 0$ bo'lsa, u holda asoslari Δx_1, Δx_2 ,... Δx_n va balandliklari $f(\xi_1), f(\xi_2), \ldots f(\xi_n)$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchak yuzlarining yig'indisidan iborat.

Agarda bo'lishlar sonini, n ni orttira borsak ($n \to \infty$)da u holda eng katta intervalning uzunligi nolga intiladi, ya`ni $\max \Delta x_i \to 0$ bo'ladi.

Ta`rif: Agar S integral yig'indi $[a,b]$ kesmani qismiy $[x_{i-1}, x_i\ ]$ kesmalarga ajratish usuliga va ularning har biridan ξ_1 nuqtasini tanlash usuliga bog'liq bo'lmaydigan chekli songa intilsa, u holda shu son $[a,b]$ kesmada $f(x)$ funksiyadan olingan aniq integral deyiladi va quyidagicha belgilanadi.

$$\int_a^b f(x)dx$$

$f(x)$ dan x bo'yicha a dan b gacha olingan aniq integral deb o'qiladi.

Bu yerda $f(x)$ integral ostidagi funksiya $[a,b]$ kesma-integrallash oralig'i; a son integralning quyi chegarasi, b son integralning yuqori chegarasi;

Shunday qilib, aniq integralning ta`rifidan quyidagini yozish mumkin.

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$$

Aniq integral hamma vaqt mavjud bo’lavermas ekan. Aniq integralning mavjudlik teoremasini quyida keltiramiz. (Isbotsiz).

Teorema: Agar *f(x)* funksiya *[a,b]* kesmada uzluksiz bo’lsa, u integrallanuvchidir, ya`ni bunday funksiyaning aniq integrali mavjuddir.

Shunday qilib, $\int_a^b f(x)dx$ aniq integralning qiymati *y=f(x)* funksiyaning grafigi bilan va *x=a*, *x=b* to’g’ri chiziqlar bilan chegaralangan egri chiziqli trapetsiyaning yuziga son jihatdan teng bo’ladi.

Xulosa

Aniq integral matematik analizda eng muhim vositalardan biri hisoblanib, u funksiyaning boshlang‘ich ko‘rinishini aniqlash va berilgan oraliqdagi qiymatini aniqlash orqali ko‘plab masalalarning yechimiga yo‘l ochadi. Ushbu tushuncha differensial hisoblash bilan o‘zaro uzviy bog‘liq bo‘lib, ularning birgalikdagi qo‘llanilishi matematikaning ko‘plab sohalarida chuqur tadqiqotlar olib borishga imkon yaratadi. Aniq integral orqali funksiyaning o‘zgarishini umumlashtirish va murakkab jarayonlarni oddiyroq shaklda ifodalash mumkin.

Aniq integralning nazariy asoslari ko‘plab ilmiy masalalarni hal qilishda foydali bo‘lib, u amaliyotda ham keng qo‘llaniladi. Masalan, fizikada jismning harakat tenglamalarini tuzish yoki elektr maydon kuchlanishini aniqlashda, iqtisodiyotda esa daromad va xarajatlarni modellashtirishda integral tushunchasidan foydalaniladi. Ushbu yondashuvlar nafaqat ilmiy izlanishlarda, balki kundalik hayotda ham murakkab tizimlarni tushunish va boshqarishda muhim ahamiyatga ega.

Shuningdek, aniq integral yordamida funksiyaning umumiy xatti-harakatlarini aniqlash, uning maxsus xususiyatlarini o‘rganish va real tizimlarni modellashtirish imkoniyati yaratiladi. Bu esa murakkab masalalarni sodda va samarali usullar yordamida hal qilishga xizmat qiladi. Masalan, tabiiy resurslardan foydalanishni optimallashtirish yoki texnologik jarayonlarni nazorat qilishda integral hisoblashning ahamiyati beqiyosdir.

Xulosa qilib aytganda, aniq integralning nazariy va amaliy ahamiyati juda keng bo‘lib, u zamonaviy matematikaning poydevor elementlaridan biri sifatida barcha sohalarda o‘z o‘rniga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M, Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 1-qism. Akademik litseylar uchun darslik. Tuzatilgan 2-nashri.-T.:”O’qituvchi”, 2003.-416 b.
2. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M.,Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 2-qism Akademik litseylar uchun sinov darsligi.-T.:”O’qituvchi”, 2002.-368 b.

3. Abduaxmedov A. Nasimov X., Nosirov U.,Xusanov J. Algebra va analizdan masalalar to’plami. 1-qism. Akademik litseylar va kasb-xunar kollejlari uchun o’quv qo’llanma.-T.:”SHarq”, 2003.-152 b.
4. Shukurilov M. *Elementar matematika* — Toshkent: "Matematika", 2005. — 330 b.
5. Ismailov R. *Matematik analizga kirish* — Toshkent: "Sharq", 2013. — 278 b.
6. Yuldashev R. *Elementar matematika: nazariy va amaliy jihatlar* — Toshkent: "Fan", 2015. — 415 b
7. Axlimirzayev A. *Maktabda matematik analiz elementlari (o’quv qo’llanma)* T.:”SHarq”, 2003.-152 b.