

HOSILA HISOBLASH QOIDALARI

*Abdug'aniyeva Omina**Andijon Davlat Universiteti Matematika-mexanika fakulteti
matematika yo'nalishi 4M2 guruh talabasi*

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematikaning asosiy tushunchalaridan biri — hosila tushunchasi yoritilgan. Hosila – bu funksiya qanday o'zgarayotganini ifodalovchi asosiy tushunchalardan biridir. Hosila funksiya grafigining istalgan nuqtadagi urinish chizig'i (tangens) ning qiyalik ko'rsatkichini aniqlaydi. Hosila biror o'zgaruvchiga bog'liq funksiya qiymatining o'sha o'zgaruvchi bo'yicha o'zgarish tezligini bildiradi. Shuningdek, hosilaning iqtisodiyot, fizika va muhandislik kabi sohalardagi qo'llanilishiga oid misollar keltirilgan. Ushbu maqola hosilaning mohiyatini chuqurroq tushunish va uning amaliy masalalarni hal qilishdagi rolini o'rganishga xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: hosila, urinma, tangens, urinish chizig'i matematik analiz, teorema.

Kirish

Matematikaning asosiy bo'limlaridan biri bo'lmish hosila tushunchasi o'zgaruvchan kattaliklarni tahlil qilish va ularning o'zgarish tezligini aniqlash uchun ishlatiladi. Matematikada hosila (differensial) – bu funksiya qanday o'zgarayotganini o'rganuvchi tushuncha bo'lib, u funksiya grafigining ma'lum bir nuqtadagi qiyaligi (urinish chizig'i)ni aniqlaydi. Hosila matematik analizning asosiy mavzularidan biri hisoblanib, ko'plab amaliy masalalarda keng qo'llaniladi. Hosila tushunchasi murakkab matematik masalalarning asosini tashkil qilsa-da, uning asosi oddiy: o'zgaruvchilar qanday va qanday tezlikda o'zgaradi? Keyingi bosqichda hosilaning hisoblash usullari va qo'llanilishi haqida bilib olishingiz mumkin.

Asosiy qism

Aytaylik $f(x)$ funksiya (a,b) intervalda aniqlangan bo'lsin. Bu intervalga tegishli x_0 nuqta olib, unga shunday Δx ortirma beraylikki, $x_0 + \Delta x \in (a,b)$ bo'lsin. Natijada $f(x)$ funksiya ham x_0 nuqtada $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ ortirmaga ega bo'ladi.

Ta'rif. Agar $\Delta x \rightarrow 0$ da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning limiti $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

mavjud va chekli bo'lsa, bu limit $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deyiladi va $f'(x_0)$, yoki $y'(x_0)$, yoki $\frac{dy(x_0)}{dx}$ orqali, ba'zan esa $y'|_{x=x_0}$ yoki $\frac{dy}{dx}\bigg|_{x=x_0}$ kabi belgilanadi.

Bu holda funksiya x_0 nuqtada hosilaga ega deb ham aytiladi.

Demak,

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Bunda $x_0 + \Delta x = x$ deb olaylik. U holda $\Delta x = x - x_0$ va $\Delta x \rightarrow 0$ bo'lib, natijada

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

bo'ladi. Demak, $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi $x \rightarrow x_0$ da
$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

nisbatning limiti sifatida ham ta'riflanishi mumkin:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Yuqoridagi limit mavjud bo'lgan har bir x_0 ga aniq bitta son mos keladi, demak $f'(x)$ - bu yangi funksiya bo'lib, u yuqoridagi limit mavjud bo'lgan barcha x nuqtalarda aniqlangan. Bu funksiya $f(x)$ funksiyaning hosila funksiyasi, odatda, hosilasi deb yuritiladi.

Endi hosila ta'rifidan foydalanib, $y=f(x)$ funksiya hosilasini topishning quyidagi algoritmini berish mumkin:

- 1^o. Argumentning tayinlangan x qiymatiga mos funksiyaning qiymati $f(x)$ ni topish.
- 2^o. Argument x ga $f(x)$ funksiyaning aniqlanish sohasidan chiqib ketmaydigan Δx orttirma berib $f(x+\Delta x)$ ni topish.
- 3^o. Funksiyaning $\Delta f(x) = f(x+\Delta x) - f(x)$ orttirmasini hisoblash.
- 4^o. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ nisbatni tuzish.
- 5^o. $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ nisbatning $\Delta x \rightarrow 0$ dagi limitini hisoblash.

Misol. $y=kx+b$ funksiyaning hosilasini toping.

Yechish. Hosila topish algoritmidan foydalanamiz.

1^o. Argument x ni tayinlab, funksiya qiymatini hisoblaymiz: $f(x)=kx+b$.

2^o. Argumentga Δx orttirma beramiz, u holda $f(x+\Delta x)=k(x+\Delta x)+b=kx+k\Delta x+b$.

3^o. Funksiya orttirmasi $\Delta f(x)=f(x+\Delta x)-f(x)=(kx+k\Delta x+b)-(kx+b)=k\Delta x$.

$$4^o. \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{k\Delta x}{\Delta x} = k.$$

$$5^o. \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} k = k.$$

Demak, $(kx+b)'=k$ ekan.

Xususan, $y=b$ o'zgarmas funksiya (bu holda $k=0$) uchun $(b)'=0$; $y=x$ ($k=1$) funksiya uchun $x'=1$ bo'ladi.

2. $y = \frac{1}{x}$ funksiyaning hosilasini toping.

Yechish. 1^o. $f(x) = \frac{1}{x}$.

2^o. $f(x + \Delta x) = \frac{1}{x + \Delta x}$. Bu yerda umumiylikni cheklamagan holda $x > 0$ va $|\Delta x| < x$

deb hisoblaymiz.

$$3^o. \Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) = \frac{1}{x + \Delta x} - \frac{1}{x} = -\frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)}.$$

$$4^o. \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = -\frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)\Delta x} = -\frac{1}{x^2 + x\Delta x}.$$

$$5^o. \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{x^2 + x\Delta x}\right) = -\frac{1}{x^2}.$$

$$\text{Demak, } \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}.$$

Xulosa

Hosila tushunchasi matematikaning asosiy elementlaridan biri bo'lib, u funksiyalarning o'zgarish tezligini aniqlashga imkon beradi. Hosila funksiya grafigining istalgan nuqtadagi urinish chizig'i (tangens) ning qiyalik ko'rsatkichini aniqlaydi. Hosila biror o'zgaruvchiga bog'liq funksiya qiymatining o'sha o'zgaruvchi bo'yicha o'zgarish tezligini bildiradi. Shuningdek, hosilaning iqtisodiyot, fizika va muhandislik kabi sohalardagi qo'llanilishiga oid misollar keltirilgan

Hosila tushunchasi, shuningdek, matematik analizning boshqa bo'limlari bilan uzviy bog'liqdir. Differentsial tenglamalar, optimallashtirish nazariyasi va integrallash jarayonlarining asoslari aynan hosilaga tayanadi. Bu tushuncha yordamida funksiyalar xatti-harakatlarini chuqur o'rganish, ularning chegara nuqtalarini tahlil qilish mumkin.

Xulosa qilib aytganda, hosila nazariy va amaliy masalalar orasidagi ko'prik bo'lib, turli sohalarda keng qo'llaniladi. Uning o'ziga xos xususiyatlari matematik tahlil uchun mustahkam asos yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M, Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 1-qism. Akademik litseylar uchun darslik. Tuzatilgan 2-nashri.-T.: "O'qituvchi", 2003.-416 b.
2. Abduxamedov A.U., Nasimov X.A, Nosirov U.M., Xusanov J.X. Algebra va matematik analiz asoslari. 2-qism Akademik litseylar uchun sinov darsligi.-T.: "O'qituvchi", 2002.-368 b.

3. Abduaxmedov A. Nasimov X., Nosirov U., Xusanov J. Algebra va analizdan masalalar to'plami. 1-qism. Akademik litseylar va kasb-xunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma.-T.: "SHarq", 2003.-152 b.
4. Shukurilov M. *Elementar matematika* — Toshkent: "Matematika", 2005. — 330
5. Ismailov R. *Matematik analizga kirish* — Toshkent: "Sharq", 2013. — 278 b.
6. Yuldashev R. *Elementar matematika: nazariy va amaliy jihatlar* — Toshkent: "Fan", 2015. — 415 b
7. Axlimirzayev A. *Maktabda matematik analiz elementlari (o'quv qo'llanma)* T.: "SHarq", 2003.-152 b.