

## QATTIQ JISMLARNING MASSA MARKAZINI TOPISHGA DOIR MASALALARНИ YECHISH USULLARI VA AHAMIYATI.

*Tolibova Oygul Idiboyevna*

*Osiyo xalqaro universiteti, "Umumtexnik fanlar" kafedrasi o'qituvchisi*

**Anontatsiya.** Ushbu maqolada qattiq jismlarning massa markazini toppish usullari va ularga doir masalalar yechimi, massa markazini aniqlashnig ilm-fan va hamiyatdagi o'rni yoritilgan.

**Kalit so'zlar:** qatiq jism, koordinatalar sistemasi, integrallash, momentlar qoidasi, bo'laklarga ajratish usuli, manfiy yuzali soha, massa markazi, simmetriya usuli. Matematik yondashuv.

Qattiq jismlarning massa markazini (yoki massa markazini) topish, fizikada va muhandislikda juda muhim tushuncha va keng qo'llaniladigan muhim hisobkitoblardan biri bo'lib, u jismlarning massalar taqsimotini tavsiflash uchun ishlatiladi. Massa markazi — bu jismning massalarining barcha nuqtalaridan yig'indisi tushirilgan o'rtacha joylashuv nuqtasi bo'lib, u jismaning o'zaro ta'sirini aniqlashda, momentni hisoblashda va jismning dinamikasini o'rganishda muhim rol o'ynaydi. Massa markazi konsepti ko'plab muammolarni soddalashtirishda, ayniqsa, qattiq jismlarning dinamikasi yoki statikasi bilan bog'liq muammolarni yechishda katta ahamiyatga ega bo'lib, massa markazini aniqlash qattiq jismlarni tahlil qilishda kerakli ma'lumotlarni beradi. Bunga jismlarning aylanishi yoki muvozanat holatini o'rganishda ishlatilishini keltirib o'tish mumkin. Qattiq jismni tashkil etgan barcha kichik massa elementlarining geometrik o'rtacha joylashuvi sifatida massa markazi qaraladi. Agar jism biror asossiz jismlardan tashkil topgan bo'lsa, massa markazi uning barcha kichik massalari joylashgan nuqtaning o'rtacha markazi sifatida hisoblanadi. Massa markazi, ayniqsa, ikki holatda ishlatiladi: a) *Kinetik tahlil*: Agar jismga tashqi kuchlar ta'sir qilsa, massa markazi jismning harakatini ifodalovchi nuqta sifatida ishlatiladi; b) *Statik tahlil*: Jismni teng balansda ushlab turadigan nuqta sifatida, massa markazi jismning barqarorligini va muvozanatini tahlil qilishda qo'llaniladi.

### **Massa markazini topishning matematik yondashuvi**

Qattiq jismning massa markazini topish uchun, birinchi navbatda jismning geometrik shakli va massalar taqsimotini bilish kerak. Agar jismni o'z ichiga olgan koordinat tizimida jismning massa taqsimotini ifodalovchi funktsiya berilgan bo'lsa, massa markazi quyidagi formulalar yordamida hisoblanadi.

Massa markazi - bu jismning barcha massalari bir nuqtada joylashgan deb faraz qilinganda, ushbu nuqtaning jismning o'rta massa joylashuvi sifatida aniqlanadi.

Matematik jihatdan, massa markazining koordinatalari quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$R = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} \quad (1)$$

Bu yerda  $m_i$  — i-chi elementning massasi,  $\vec{r}_i$  — i-chi elementning koordinatalari,

$R$  — barcha massa elementlari uchun massa markazining koordinatlari.

Yuqoridagi formula jismining turli massali nuqtalar (elementlar) orqali massa markazini hisoblash uchun ishlataladi. Bu formuladagi summa barcha elementlar uchun hisoblanadi va ular tomonidan belgilangan markazni topish imkonini beradi.

a) Bir o'lchovli jism, masalan, tayoq shaklida bo'lsa, uning massa markazi quyidagi formula yordamida topiladi:

$$x_m = \frac{\sum m_i \vec{x}_i}{\sum m_i} \quad (2)$$

$x_i$  — jismning har bir nuqtasining koordinatasi,

$m_i$  — massa elementining kichik qismini ifodalaydi,

Agar tayoqning massasi teng taqsimlangan bo'lsa, massa markazi jismning uzunligining yarmiga teng bo'ladi.

b) Ikki o'lchovli, masalan, tekis shakldagi jismning massa markazini topishda quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$x_m = \frac{\sum m_i \vec{x}_i}{\sum m_i} \quad y_m = \frac{\sum m_i \vec{y}_i}{\sum m_i} \quad (3)$$

Bu yerda:  $x_i$  va  $y_i$  — i-chi massa elementining tekislikdagi koordinatlari.

Massa markazi jismning har bir elementar maydoni va massasi o'rtasidagi aloqani ko'rsatadi. Masalan, to'g'ri burchakli to'rtburchak jismning massa markazi uning o'rtasida(dioganallari kesishish nuqtasida) joylashgan.

c) Uch o'lchovli jismlar, masalan, sferik yoki kubik shakllar uchun massa markazi quyidagicha hisoblanadi:

$$x_m = \frac{\sum m_i \vec{x}_i}{\sum m_i} \quad y_m = \frac{\sum m_i \vec{y}_i}{\sum m_i} \quad z_m = \frac{\sum m_i \vec{z}_i}{\sum m_i} \quad (3)$$

Jismning shakli va simmetriyasiga qarab massa markazi aniqlanishi osonlashadi. Agar jismda massa taqsimoti doimiy bo'lsa (masalan, barcha nuqtalarda teng massa), unda massa markazini topish ancha osonlashadi. Bunday holda, jismning massa markazi uning geometrik markazi bilan to'g'ri keladi. Jism muntazam shaklda bo'lsa, masalan, to'g'ri prizmada yoki silindrda, unda massa markazi osonlik bilan geometrik markazga to'g'ri keladi. Biroq, murakkab shakldagi jismlar uchun, massa markazini hisoblashda integral hisoblash usullari kerak bo'lishi mumkin.

### **Massa markazi va jismning dinamikasi**

Massa markazi faqat statik hisoblashlarda emas, balki dinamikada ham muhim rol o'ynaydi. Jismning massasi markazi orqali o'tadigan barcha kuchlar va momentlar,

uning harakatlanishiga ta'sir qiladi. Kinetik energiya va aylanish momentini hisoblashda massa markazi juda katta ahamiyatga ega. Aksariyat hollarda, jismlar markazidan o'tgan momentlar, jismning harakatini soddalashtirish uchun foydalilanildi. ayniqsa, jismlarning harakati va aylanishini tahlil qilishda muhimdir. Agar jismning harakati yoki aylanishi haqida gapiradigan bo'lsak, massa markazi: *Harakatlanish*: Agar jism to'g'ri chiziq bo'ylab harakat qilsa, uning barcha qismlari bir xil tezlikda harakat qiladi, shuning uchun massa markazi jismning harakatining "markazi" bo'ladi.

*Aylanish*: Aylanish holatida jismning harakatini hisoblashda massa markazi aylanish o'qi bo'lib xizmat qiladi.

### **Massa markazini topishdagi ko'plab tushuncha va usullar**

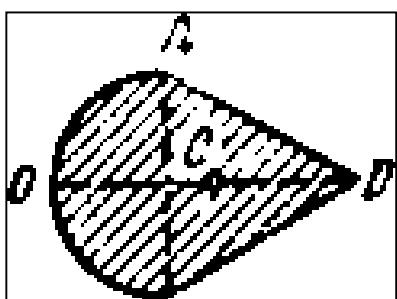
a) **Simmetriya usuli**. Agar jism bir jinsli simmetriya tekislikka ega bo'lsa og'irlik markazini topish birmuncha soddaladi. XOY tekisligi simmetriya tekisligi qilib jism joylashtiriladi.

b) **Bo'laklarga bo'lish usuli**: jism yassi bir jinsli bo'lib bir nechta geometrik shakllarga ajratish orqali amalga oshiriladi. Jismni kichik bo'laklarga ajratish va har bir bo'lakning massa markazini alohida hisoblash orqali topiladi. Quyida shu usulda yechilishi mumkin bo'lgan masalani ko'raylik.

Masala: R radiusli AOB yarim aylana va uzunliklari teng bo'lgan AD hanmda BD kesmalar bilan chegaralangan soha yuzining og'irlik markazi C ning o nuqtadan qanday masofada joylashganini aniqlang. Bunda  $OD=3R$ . ga teng deb oling masalani yechishda rasmdagi sohani ikkita; ya'ni R radiusli yarim aylana va balandligi  $2R$  ga teng bo'lgan teng yonli uchburchak deb qarasak bo'ladi. OD va AB lar kesishgan nuqtani M bilan, yarim doira massa markazini N, uchburchak massa markazini esa K bilan belgilaymiz. So'ngra momentlar qoidasi bo'yicha quyidagi (1) ifoda o'rini bo'ladi.

$$S_d * (NC) = S_u * CK \quad (1)$$

Bunda  $S_d$  -yarim doira yuzi,  $S_u$  -uchburchak yuzi. MK-teng yonli uchburchak asosidan massa markazigacha bo'lgan masofa, MN-yarim doiraning massa markazidan M nuqtagacha bo'lgan masofa.  $CK=MK-MC=2R/3-MC$ ,  $NC=MN+MC=4R/3\pi+MC$  ligini berilganlarga asosan doira va uchburchak yuzasini topib (1) ifodani yozamiz:



$$\frac{\pi R^2}{2} * \left( \frac{4R}{3\pi} + MC \right) = 2R^2 * \left( \frac{2R}{3} - MC \right) \quad (2)$$

$$(2) \text{ ifodadan } MC = \frac{4R}{3\pi+12} \text{ ekanligini aniqlab, } \\ OC = OM + MC = R + \frac{4R}{3\pi+12} = \frac{3\pi+16R}{3\pi+12} \text{ ligini topamiz}$$

c) **manfiy yuzalar kiritish usuli**. Agar yassi jismning ma'lum qismlari qirqib tashlangan bo'lsa, bunday

jismning og'irlik markazini topishda manfiy yuzani qo'shish usulidan foydalaniladi. Bu usul bo'laklarga bo'lish usulining xususiy holi hisoblanadi. quyida masalani shu usulda bajaramiz

Masala: Doiraviy teshikka ega  $R$  radiusli diskni markazi koordinatalar boshida joylashgan. teshik radiusi rga teng bo'lib uning markazi disk markazidan  $R/2$  masofada joylashgan deb olinsin.

Manfiy yuzani to'ldirsak butun yuzali diskning masa markazi koordinatalar boshida joylashib qoladi. Shundan foydalanib momentlar qoidasi bo'yicha topamiz:

$$(R^2 - r^2)\pi * x_c = \pi r^2 * \frac{R}{2} \quad (3)$$

Bunda  $(R^2 - r^2)\pi$  –teshikli diskning yuzi,  $\pi r^2$  – teshik yuzasi. (3) ifdadani  $x_c$  ni topsak  $x_c = \frac{r^2 R}{R^2 - r^2}$  ekanligi ma'lum bo'ladi.

**d) tajriba usuli:** jism yassi bir jinsli bo'limgan hollatlarda qo'llanadi. O'z navbatida bu usul quyidagi ikki usulda aniqlanadi. 1) ipga osish usuli; 2) tarojida tortish usuli.

Jismning shakli murakkab bo'lsa yoki bir nechta turli qismlar birlashgan bo'lsa, massa markazini topish uchun quyidagi yondashuvlar qo'llaniladi:

**e) numerik metodlar:** Murakkab shakllar uchun integralni aniqlash qiyin bo'lsa, numerik usullar yordamida massa markazi hisoblanishi mumkin.

### Massa markazini topishning amaliy qo'llanilishi

1. **Mekanikada:** Qattiq jismlarning massa markazi mexanik harakatlarni, ayniqsa, aylanishli harakatlarni tahlil qilishda yordam beradi. Massasi markazida o'tgan kuchlar, jismning harakatini, qiyoslash va kuzatish usullarini soddallashtiradi.
2. **Inshootlar dizaynida:** Massa markazining aniqligi inshootlarning statik va dinamik tahlillarida qo'llaniladi. Shuningdek, uni muhandislik dizaynlarida xavfsiz va samarali konstruktsiyalarni yaratishda ishlatish mumkin.
3. **Robototexnika va aerokosmik tizimlar:** Robotlar va aerokosmik qurilmalarning to'g'ri ishlashini ta'minlash uchun ularning massa markazini to'g'ri hisoblash juda muhimdir. Bu harakatni boshqarish va stabilizatsiya qilishni osonlashtiradi.
4. **Kundalik hayotda:** Massa markazi tushunchasi oddiy holatlarda ham ko'rildi. Masalan, sport mashqlarida yoki harakatlanayotgan transport vositalarida (masalan, velosiped yoki avtomobil) massa markazi orqali harakatlanishni tahlil qilish mumkin.

### Xulosa

Qattiq jismlarning massa markazini topish, uning dinamikasini va statik holatini tahlil qilishda asosiy tushuncha hisoblanadi. Massa markazini aniqlash, jismning shakli va geometrik simmetriyasi bilan chambarchas bog'liq bo'lib, hisoblashlar yordamida jismning harakati va aylanishini yengillashtiradi. Jismning massa markazi uning muvozanati, kinetikasi va mexanikasi haqida to'liq tasavvurga ega bo'lishni

ta'minlaydi. Jismning massa markazini to'g'ri aniqlash, murakkab tizimlar bilan ishslashda muhim bo'lib, masalan, aerodinamika, mashinasozlik, va materialshunoslik kabi sohalarda amaliy ahamiyatga ega Qattiq jismlarning massa markazini topish masalasi fizikada muhim o'rinn tutadi. Bu tushuncha jismlarning dinamikasini, harakatini va tahlilini osonlashtiradi, shu bilan birga ko'plab muhandislik va texnik masalalarni soddalashtirishda yordam beradi. Massa markazini hisoblash uchun mos keladigan usullar va formulalar jismning shakli va massa taqsimotiga qarab farq qiladi, lekin bu tushuncha ilm-fan va texnikaning asosiy elementlaridan biridir.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Mirsaidov M.M, Boymurodova L.I, G'iyosova N.T "Nazariy mexanika" 2009-yil.
2. Teshaboyev A.,S. Zaynobiddinov, SH. Ermatov "Qattiq jism fizikasi"
3. Tipler, P. A., & Mosca, G. (2008). "Physics for Scientists and Engineers: A Strategic Approach with Modern Physics" (5th ed.).
5. Young, H. D., & Freedman, R. A. (2012). "University Physics with Modern Physics" (13th ed.).
6. Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2014). "Fundamentals of Physics" (10th ed.).
7. Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2014). "Physics for Scientists and Engineers" (9th ed.).
8. Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1963). "The Feynman Lectures on Physics" (Vol. 1).
9. Tipler, P. A., & Mosca, G. (2013). "Physics for Scientists and Engineers" (6th ed.).
10. Irodov, I. E. (2002). "Problems in General Physics" (Vol. 1).
11. Hewitt, P. G. (2012). "Conceptual Physics" (11th ed.)
12. Shankar, R. (1994). "Principles of Physics."
13. Gimbel, C., & Harris, J. (1994). "Mechanics."